TETRAGONISMUS

Archimedes, Luca Gaurico

Cath. Dec. 1st. 127. p. 572.

Tetragonismus idest circuli quadratura per Cãpanũ archimedẽ Syracusanũ atqz boetium mathematicae perspicacissimos adinuenta.

Monasterij Benedictoburanj.

Fr. Ca: Pe: Ov: Huc libũ Mathes: donec de hij
Paulo Coinop: conferat amicitiae et ad Iuuen

Lucas Gauricus Iuphanensis ex regno neapolitano mathematicæ studiosis. S. D.

Irculi quadraturam quam Aristoteles in eo ipso qui de categoriis liber inscribitur capite de ad aliquid: & secundo priorũ capite uigesimo quinto, ac primo elencorum capite octauo, nec non primo phisicorũ tex. coment. 11. ac plerisq; etiã aliis in locis affirmauit scibilem quidem esse nõdum tamen scitam. Nunc iam tandem superioribus paulo ante seculis a campano atq; archimede adinuentam ac perfectissime traditam & in compẽdium breuissime redactã habetis. Mirandum sane opus ut pote nunq̃ aliis antea temporibus ita cognitum. Nam & si sextus pythagoreus: licomedes itemq; boetius seuerinus fateãtur circuli tetragonismum adinuenisse: possunt tamen cum brisone hippocrate & antiphonte atq; aristotelicis connumerari quom ab ipsorum fontibus nihil fere ueritatis de re tanta potuerit ullo pacto ad posteros peruenire. Quamuis multa ab his, & presertim ab ipso boetio (ut ipsemet gloriatur) copiosissime dicantur fuisse conscripta. Sed parcendum est clarissimorũ uirorum nominibus. Accusandi quidem posteri qui diuinos multorum labores negligentius curauerunt. Nam si omnia fideliter custodita fuissent quea sapientissimis priscorum temporũ uiris litterarum memoriæ traddita fuerant, nihil certe reliquum esset quod nostris temporibus incognitum haberetur. Sed ut ad propositum reuertamur inter ceteros mathematicæ disciplinæ professores campanus atq; archime-

des per se quidem uterq; satis laudatus/adhuc mihi maxi me laudandus occurit: qui quod alii antiquissimi priscæ etatis doctores olfecerunt tantūmō/horū alter fortassis perfectissime compleuit/aut saltim posteris indagandæ ueritatis uiam aperuit/non etenim inuentis addere difficile est. Campani igitur atq; archimedis de tetragonismo circuli demostratio quoniā ad nostras manus peruenit nullatenus (ut auari in thesauris solent) supprimendam existimaui. Sed uti liberales cōsueuerunt uisum est omnia in medio ꝓposita cū aliis habere comunia uale. Dautū i almo studio patauino, 1503, 15, Kalēdas sextiles.

Campani viri clarissimi tetragonismus idest circuli quadratura rome edita cum additionibus Gaurici.

D demostrandam igitur circuli quadratu/ ram campanus noster primo quatuor per/ mittit cõclusiones/ & quidem facillimas/ secundo autẽ ex his inducitur quinta que simul cũ sexta totam de circuli tetragoni smo demostrationem manifestissime concludit.

Prima conclusio.

¶ Lineam orbiculariter ductam bina diametro in qua tuor equalia secare.

lameter est linea recta ab extremo in extre mum per centrum ducta diuidens figuras in partes equales/ si sint igit' duæ diametri sese intersecantes in centro ad angulos re/ ctos/ diuiderent figuram in quatuor partes equales. Et notandum ꝙ diameter dicitur adia quod est duo & metros quod est mensura/ duaru; medietatũ qua si mensura/ hec campanus.

Additio.

AD hui' primi theorematis maiorem notitiam ani maduertendũ est ꝙ figura (ut æuclideis utar uer bis) est quæ termino uel terminis claudítur. Circulus ue ro est figura plana una quidẽ linea contenta quæ circun/ ferẽtia nominatur/ in cuius medio pũctus est a quo om nes lineæ rectæ ad circunferẽtiam exeũtes sibi inuicem sunt equales. Et hic quidem punctus centrum circuli di

citur. Linea uero recta est ab uno puncto ad aliũ breuissi ma extẽsio / inextremitates suas utrũq; eorum recipiens. Diametrus autem Circuli quã nos dimentientem appel lamus / est recta quedã linea que super eius centrum tran siens extremitatesq; suas circunferentiæ applicans cir / culum in duo media diuidit. Vnde (ut arbitior) dicitur grece diameter Διαμετρος idest diametr? a Δια pre positione scilicet per & μετρος idest mensura quasi Διαμεσου μετρος uidelicet duarũ medietatũ eqlis diuisio ac mẽsura. Si igit' inqt cãpanus due fuerint dia / metri utpote insequenti figura. A.b.&.c.d. sese in circu li centro. f. intersecãtes / ad angulos rectos / linea orbicu lariter ducta idest circulus. A.b.c.d. in quatuor equas partiones secabitur. Quonia m arcus. A.c. &.b.D. qui sunt due circuli portiones inter se inuicẽ sunt equales. Et quõ sint cõtra sepositi etiã anguli / ipsos necesse erit esse equales ac rectos. Quoniã (ut inquit euclides) qñ an / gulum continent duæ lineæ Rectæ rectilineus angulus nominatur. Et qñ recta linea supra rectã stetiterit: duoq; anguli utrobiq; fuerint equales eorũ uterq; rectus erit. Lineaq; lineæ superstans ei cui superstat perpẽdicularis uocat'. Similiter de arcu eius dem circuli. b. c. &. D. A. suisq; angulis dicatur. Et sic orbicularem lineam bina dia metro in quatuor equas re / secari portiones continget: quemadmodum in sequenti patet figura.

Secunda conclusio.

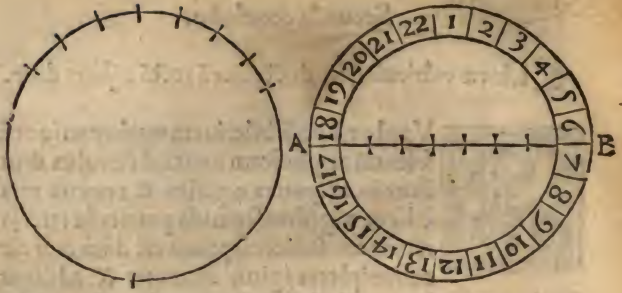
¶ Lineæ orbiculariter ductæ lineã rectã eq̃liter dare.

Vpple est possibile: iuxta mathemati corũ scientiã ac phisicam ueritatẽ circulus diuidítur in .22. partes equales: & remota una scilicet uigesima secunda partícula: tertía remanens scilicet septima est diameter circuli: tripletur ígitur diameter & addatur septima: & ordinentur huiusmodí partes in rectum & habebitur línea recta equalis circulari.

Additio.

ANteq̃ ad enucleandã campani litteram deueniamus est notandũ q; nonnulli geometræ imaginantur hoc pacto circulũ in .22. partes equales diuidi in primis duo seorsum describantur circuli eiusdem magnitudinis. Deinde alter ipsoꝝ cõstituto circino intris equas portiones diuidat: postea unã illarũ triũ partiũ rursus in septẽ equas portiũculas resecet. Deinde una istarũ septẽ particularũ non uariato circino constituas in altero circulo. Postremo totum circuli residuũ (dempta partícula in eo designata incipiendo tamen a punctis illius partículæ illic designatæ) reseces intris portiones equales. Et quãlibet illarũ trium partiũ diuidas iterũ in septem equales portiunculas. Et sic habebis circulum in .22. equales fere portiunculas diuisum hoc modo uidelicet.

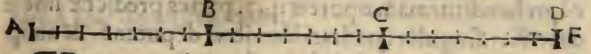
Conclusio



¶ Círculí dimentientem inuenire & econuerso.

HEc secunda conclusio licet per se satis clara sit: potest nihilominus hoc modo declarari: possibile est, inquit campanus, ꝙ detur atq; adinueniatur linea recta equalis lineæ circulari siue orbiculariter ducte hoc est ipsi círculo: quí fm omniũ mathematicorũ ac phorũ ueritatem ín. 22. equas portiones resecatur. & si postmodum una pars ídest uigesimasecũda dumtaxat de tota círculí preconstituti pariferia remoueat remanentisq; una queuis tertia pars hoc est septima círculí diameter illíco resultabit ut pote. A.B. si uero postmodum econuerso diameter illa triplicetur et illí producto ac resultantí adatur septima diametrí scilícet uigesimasecunda postremo huiuscemodí sic triplicate partes ín rectum dispo nantur. statím utíq; recta consurget línea. A.f.ex. 22. partibus inter se inuicẽ distributis cõposita: quæ recta línea predicta. A.f. lineæ orbiculariter ductæ hoc est ipsi círculo ínferius designãdo scilícet. A.c.b.d. precíse adequabí tur & econuerso: & sic concludamus secundã campaní conclusionem esse ueram scilicet ꝙ possibile sit darí líne

am rectam equalem linee orbiculariter ducte quemadmodum in sequentibus apparet figuris.



¶ De proportione circuli ad diametrum secundum ptholomeum & archimedem.

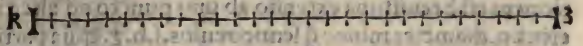
PTholomeus astronomorum princeps in sexto mathematicæ constitutionis demostrauit circulum ad ipsius dimentiẽtem habere proportionẽ quæ est.3.ad .8.&.30. ad unum: nam 3.8.34.ad unũ ad triplam sex qui septimam proxime accidunt sed. 3.8.27.ad unum similiter triplam adiectis deam septuagesimis septimis inter quas est proportio.3.8.30.ad unum.

ARchimedes uero syracusanus ut inquit ualla & ut patebit in suo tertio libro de circuli quadratura per helitas incuruasq; lineas molitus est demostrare circulũ ad ipsius diametrũ habere proportionẽ minorẽ tripla sex qui septima maiorem uero decem septuagesimis primis quod est supra triplicatam diametrũ ex.71. partibus decem. Siue dicas minorẽ q̃.22.ad.7. & maiorem q̃ 71.unitatum decem. Voluitq; orbicularem lineam ad id quadratum quod ex diametro constituitur habere proportionem communem quam.11.ad.14.

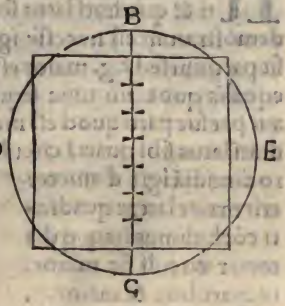
¶ Data linea recta circulus pariter ac quadratum ex ea constituere.

Sic linea data.K.3.in partes.28. Intra se inuicē equa liter distributa ex qua circumacta circulus constituatur.b.c.atq; quadratū quēadmodum in circulo facile cōprehendītur:nam oportet q.7. partes predictæ lineæ date.K.3.singulis quadrati lateribus deputentur & ab ipso quadrato totus diuidit circulus in q̄tuor equas portiones. Inducto siqdē circulo quadratū est inclusum preter ipsius quadrati angulos extra circulū porrectos atq; extēsos:Non enim ipsius q̄drati latera intra predictū circulum omnino includi possunt, nam quom tam quadratum q̄ orbis quartā metiatur partem & quarta pars tam quadrati q̄ orbis sit eiusdem quātitatis. Et linea recta eiusdem quantis sicuti & curua semper recta longius extendītur q̄ curua ut patet per rectæ lineæ diffinitionem quæ est ab uno puncto ad aliud breuissima extensio. Linea uero curua est quæ inter extrema curuatur: hanc igitur ob causam anguli ipsius quadrati extra circulum necessario pminebunt:Sed quom quelibet circuli quarta licet nō sit directæ extensa sed curua & arcuata est eiusdem quātitatis cum quarta quadrati iccirco totum penitus quadratum intra circulum includi nullopacto potest: Nec etiam totus circulus possibile est qui includatur in quadrato nisi quadratū maius esset circulo. Sed quom tam circulus q̄ ipsum quadratum sint eiusdem quantitatis ut predictū est iccirco nec totus circulus includit in quadrato nec quadratum in circulo ut patebit inferius:Itaq; quom tam circulus.b.c.q̄ quadratum.d.e.ex data cōstet ac cōponatur linea. K.3.In.28. partes equales distributa necesse est qui singula quadrati latera & partes circuli circundate a lateribus quadrati sint.7. partium scilicet

talium quales.28.datam complent lineam.K.3.Necesse erit qui orbis ex data linea.28.partium cōstitutus sit par quadrato ex eadem quoq; linea.28.partium constituto quod erat demostrandum.



QT quoniā demostrauimus triplicate diametro superesse circulū uti dictum est.Sic diameter circu .b.c.taliū nouem partium qualiū lineam.K.3. esset sup l'osuimus quæ triplicata p7.conficiet.Et quom tā circulus q̄ quadratū dimentiente ipsam una dū taxat superant parte hāc unam adde dimentienti: & sic to tidem erūt & circuli & quadrati partes p inde ex tripli cata dimentiente cum nona parte tota illa circularis linea conficietur.



CAlia de dimentiente demostratio.

Diametri proportionem ad circulum esse in minori numero ac ꝓportione q̄ sint.14.& in maiori q̄ sint 7.Cōplimis dixere plene.Sic uerbi causa circuli diameter.f.g.quoniā positū est superius qui tota circūcurrens linea.28.est partiū cuius.f.g.est diameter &.f.h.g.est ar-

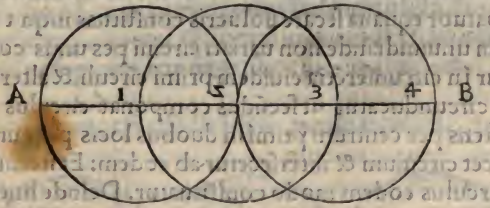
cus: Et quia semicirculus per ipsius diffinitionē est figura plana diametro circuli & medietate circunferentiæ cōtenta necesse est q̃ earundem sit partium. 14. qm̃ medietas est lineæ quā. 28. presupposuimus esse partium. Rursus quia linea recta per eius ut etiā supradictū est diffinitionem est breuissima extensio ab uno puncto ad alterū erit. f. g. diameter minor q̃ semicirculus. f. h. g. quia partium. 14. ut dictum est ergo ad tales partes diameter peruenire non poterit & sic erit in minori numero q̃. 14.

RVrsus quoniā. K. l. est equalis lateri ipsius quadrati & quadrati latus septem est partium ut patet & demostratum est necesse igitur est qui. K. l. diameter. 7. sit partium sed. f. g. maior est q̃. K. l. non enim minor aut equalis quoniam tunc sequeretur q̃ totum esset minus aut par sue parti quod est metrū ipossibile. Et quom quadrati latus sibi quartā circuli uēdicet partē. Diameter uero dimidiā igit diameter erit maior latere quadrati cōcludimus itaq; q diameter circuli sit minor. 14. partibus & maior. 7. qd erat demostrandum diametrū triplicatam cū parte nona orbicularem lineam perficere. Triplicata igitur diametro proxime ad. 28. appropinq̃t quia ad. 27. sed addita unitate completur.

Tertia conclusio.

¶ Lineam rectam in quatuor equalia secare.

Elat circulus unus deinde non restricto nec ampliato circino ponat pes circini incircunferentia & circunducatur ut secundus circulus constituatur qui in duobus locis intrisecet primum & intersecetur ab eodē transiens per cētrum primi. Deinde ducat linea recta per ambo centra ab extremo in extremū uni usq; circuli & ubi terminabit hæc linea incircunferentia seeūdi circuli ponatur pes circini sub dispositione primi & circunducatur ut tertius constituatur circulus qui in duobus locis intersecet secundum & intersecetur ab eo dem contingens primū in centro secundi: trahaturq; pre dicta linea recta usq; ad circunferentiam tertii circuli ut in presenti patet figura.



PRedicta igitur linea recta transiēs per tria centra ab extremo primi circuli usq; ad extremum tertii diuiditur in quatuor partes equales: nam quelibet due partes predictæ lineæ sunt in eodē centro & a centro ad circunferentiam ducte ergo equales.

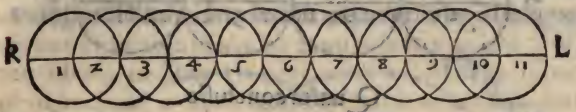
Et quoniam quecumq; uni & eidem sunt equalia sunt in tercesse equalia etiam sequitur q; quelibet pars lineæ in uno predictorum circulorum contenta est equalis cuilibet parti lineæ in alio circulo circũscriptæ. Hoc idẽ probatur sic. Fiat circulus unus deinde prole circini non diuersificati posito in circunferentia eiusdem circuli pes eiusdẽ circuli non uariati protendatur extra circulum supradictũ: ibiq; fixo cẽtro producatur ut secundus circulus constituat contingens primum in predicto puncto. Et predicto pede circini non uariati uel mutati ducatur alius pes circini ut tertius circulus constituatur: per earum tria centra tunc trahatur linea recta quæ secatur in quatuor partes equales ut in supradicta patet figura.

Addictio.

PRobatur ab auctore istud tertium theorema duobus modis non tamen omnino diuersis in quibus breuiter hanc uidetur habere sentẽtiam. Si lineam rectã in quatuor equalia secare uolueris constituas inquit circulum unum: deinde non uariati circini pes unus constituatur in circunferẽtia eiusdem primi circuli & alter mobilis circunducatur ut secũdus componat circulus qui transiens per centrum primi in duobus locis p[illegible]ctum intersecet circulum & intersecetur ab eodem: Et iterum alter circulus eodem modo constituatur. Deinde linea recta ab extremo ad extremũ per lineæ rectæ diffinitionẽ per tria centra ducatur ut pote a puncto. a. ad punctum. b. Et sic lineam rectam in quatuor equas portiones secari continget quẽadmodum in figura auctoris supradicta patet expresse. Et ueluti in quatuor ita inquo tãq; libuerit equas portiones poteris rectam qualibet linea reseca

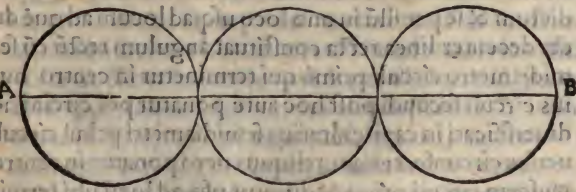
re ut patet in figura diuisa in.ii.partes equales quæ equi ualet lineæ semicirculari uel semicirculo.

Linea recta in.ii.portiones equales diuisa.

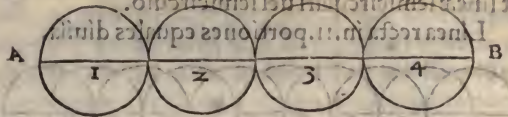


POtest autem itidem sic aliter comprobari constituatur circulus cuiuscunq; magnitudinis. Deinde non diuersificato circino eius pes alter mobilis in circũferentia circuli collocetur. Alter uero imobilis extra circulum protendatur. ibiq; fixo iam alio centro circundu-catur ut secundus designetur circulus priorem attingẽs circulum in circunferentia tantum: Et similiter tertio cõponatur eodemmodo attingens secundum. Et quarto attingens tertiũ. Postremo linea recta per eorum cẽtra ab extremo ad extremum ducatur uidelicet a puncto. a. ad punctum. b. ducatur & sic eam in quatuor etiam equalia secari ut superius continget hoc modo uidelicet.

Linea recta diuisa in tris partes equales.



Linea recta diuisa in quatuor partes equales.

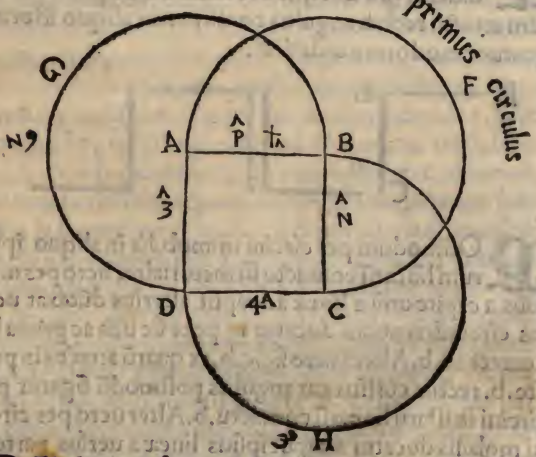


Quarta conclusio.

Ex quatuor lineis rectis equalibus quadratũ equilaterum atq; rectangulum collocate.

Oe quidem manifestum est & nihilominus potest demostrari sic fiãt due lineæ rectæ sese in capite contigentes ex quarum cõtactu cõstituatur unus angulus rectus. Deinde ponat pes primus in cõtactu ipsarũ linearum: & reliquus pes in contactu alterius linearũ predictarum nec circulus compleatur sed completus intelligatur. De lune ponat pes circini non uariati in capite alterius linearũ predictarũ uersus circunferentiã quæ scilicet duæ lineæ supradictæ sint duæ semidiametri circuli prelibati. Alter uero pes ponatur in centro predicti circuli & ducatur constituens circulum intersecantẽ predictum & se per illũ in uno loco usq; ad locum ad quẽ ducta decenter linea recta constituat angulum rectũ cũ semidiametro circuli primi qui terminetur in centro huius circuli secundi post hoc autẽ ponatur pes circini nõ diuersificati in capite alterius semidiametri primi circuli uersus circunferentiam: reliquus uero ponatur in centro eiusdem circuli primi & ducatur usq; ad locũ ubi termi-

natur linea recta ducta de cẽtro secũdi constituẽs circulum intersecãtẽ primũ & desuper illũ in uno loco exterius linea recta trahat de cẽtro huius tertii usq; ad caput lineæ ꝓcedẽtis de cẽtro secũdi ut patet in sequẽti figura.

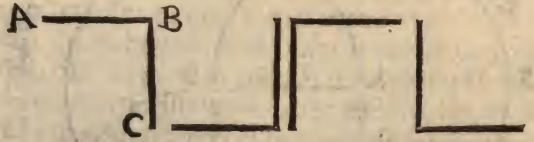


Deinde ponat pes circini nõ mutat in capite predicte lineæ ꝓcedẽtis de cẽtro secũdi circuli ad circũferentiã alter autẽ pes ponat in cẽtro tertii & ducat usq; ad centrũ secũdi cõstituẽs circulũ intersecãtẽ ipsos tertiũ & fm quẽlibet in uno loco & se per illos ut in figura plenius apparet q̃tuor igit lineæ rectæ in p̃dictis circulis cõtente cõstituũt q̃dratũ equilaterũ sunt enĩ equales sibi inuicẽ omnes: Nã quelibet due lineæ sunt in eodem circulo a centro ad circunferentiam protracte. Et nota q; ideo

non cõplentur actu dicti circuli quia completi actu tollerent euidentẽ sensibilitatem quadrati sub eis cõstituti.

Additio.

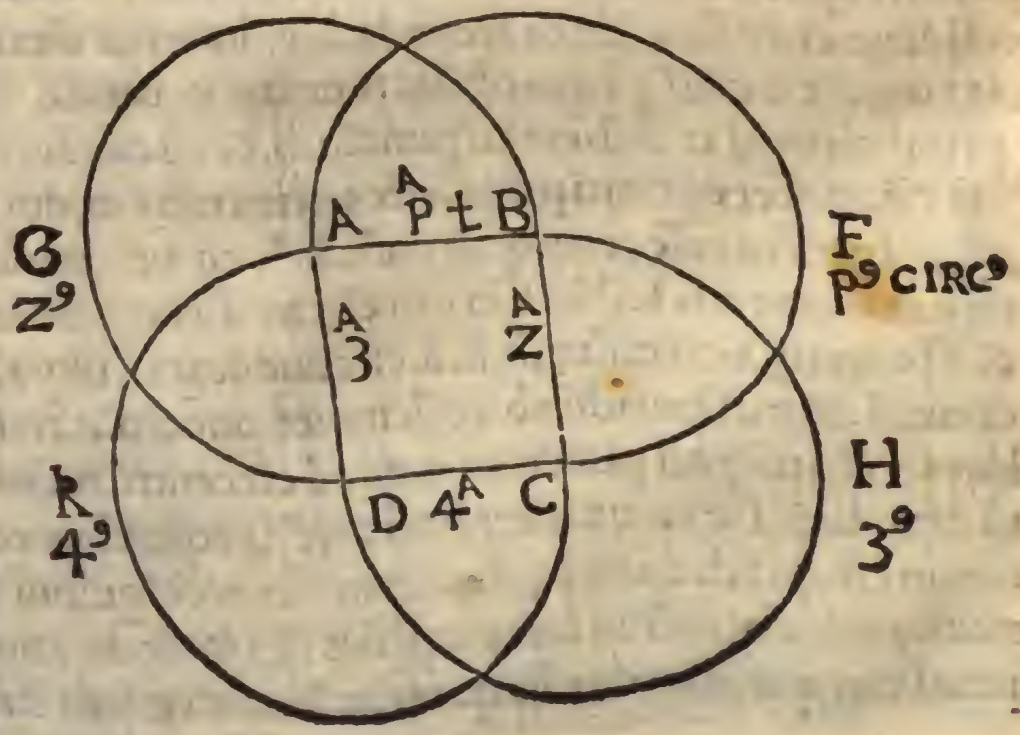
IN hac quarta conclusione campanus hec sentire uidetur q̃ si due lineæ rectæ sese attingant & ex earum attactu rectus angulus constituatur aliquo istorum quatuor modorum uidelicet.



POstmodum pes circini immobilis in aliquo ipsarum linearũ contactu firmetur: alter uero pes mobilis a capite unius lineæ ad caput alterius dũtaxat uersus circunferentiam ducatur ut potest sic una ac prima linea recta.a.b. Altera uero sic.c.b. ex quarũ attactu in puncto.b. rectus cõstituitur angulus postmodũ figatur pes circini in istarũ linearũ contactu.b. Alter uero pes circini mobilis ducatur a caput ipsius lineæ a uersus partem exteriorẽ contactus ipsarũ linearũ usq̃ ad punctũ tantũmodo.c. Terminans lineam secundum.b.c. nec circulus ipse aliter actu compleatur sed cõpletus intellígatur propter causam inferius dicendam & sic fere constitutus est unus & primus circulus scilicet.a.f.c. cuius centrum est b. & intra ipsum circulu3 sunt due semidiametri quarum prima est.a.b. secunda uero.b.c. Deinde circini nõ uariati a priori dispositione pes unus imobilis ponatur in pũcto.a. qui est centrum secundi circuli: alter uero circini

pes mobilis ponat in centro primi circuli scilicet in puncto.b.Et circunducatur secundum cõstituens circulum q; intersecet primu; & intersecet ab eodem in loco uno uersus circunferentiã scilicet in directo medietatis lineæ a.b.& circunducatur ad locũ usq; ad quem ducta dicenter linea recta angulum constituat rectum cum primi circuli semidiametro q; secundus circulus terminetur in loco scilicet supra quem cadere possit ortegonaliter linea recta ducta de centro.a. uersus partem inferiorẽ usq; in directo puncti terminantis lineam secundam.b.c.quæ linea directe protrahatur inferius & uocetur tertia linea. a.d.& ex his duobus circulis expresse patet intuenti q; tria erunt constituta quadrati latera cuius primum latus erit.a.b.secundum uero.b.c.sed tertium.a.d.linea scilicet & semidiameter secundi circuli.b.g.d.his autem expeditis unus pes circini immobilis ponatur in puncto siue in capite alterius semidiametri primi circuli quæ semidiameter siue linea secunda.b.c.superius dicebatur alter uero circini pes mobilis ponatur in centro eiusdem primi circuli uidelicet in puncto.b.& circunducat uersus circunferentiam primi iste tertius ciculus qui primũ intersecet intersecetur q; ab eodẽ in loco uno uersus partem exteriorem scilicet in directo medietatis lineæ.b.c. & iste tertius circulus.b.h.d.circunducatur usq; ad punctum.d.& postmodũ ab eodemmet puncto.d.trahatur linea recta usq; ad punctum.c.quod est centrũ huius tertii circuli:& sic ex quatuor lineis rectis equalibus constitutum est quadratum equilaterum atq; rectãgulum sunt etenim tales quadrati lineæ equales sibi inuicem omnes: quoniam quælibet due lineæ rectæ sunt in eodem circu-

lo & a centro eiusdem ad circunferentiā protracte quem admodum in suprascripta auctoris patet figura: Et nota q̃ circuli ut etiam dicit auctor iccirco non complentur actu sed completi intelliguntur siquidem actu completi tollerent euidentem quadrati sensibilitatem & apparentiam sub eis constituti. Pro maiori autem euidentia atq̃ doctrinæ abundātia supradictis hec etiam addi possunt exactis tribus circulis ueluti demostratum est in suprascripta figura in qua quatuor lineæ rectæ constituebant quadratū hoc est figurā quæ equalibus lateribus oēs quatuor angulos equos habet idest rectos. ponat pes circini imobilis in capite p̃dictæ lineæ ꝓcedentis de cētro tertii alter uero circini pes mobilis ponat in cētro secūdi. a quo circūducat usq̃ ad centrū tertii circuli quartū cōstituēs orbē. c. K. a. q intersecet fm atq̃ tertiū circulū quēlibet in suo loco. interseceturq̃ ab eisdē hoc mō uidelicet.



Quinta conclusio.

Omnis figura plana unica linea orbiculariter ducta contenta cuius diameter trãscendit precise quartam eiusdem figure in semipartibus tribus est equalis quadrato cuius latus eiusdem circuli diameter trãscendit precise in semipartibus tribus.

Vius ueritas sic patet. Nam que cunq; ab eodem superantur equali interse sunt equalia. Si enim tetracubitum aureum & tetracubitum argenteum a pentacubito ligneo equaliter superant' quia in cubito uno. Tetracubitum aureum & tetracubitum argenteum necessario equãtur. Quia igit' quelibet quarta & quodlibet latus huius quadrati a diametro circuli equaliter superant' quia in semipartibus tribus: quelibet quarta circuli & quodlibet latus quadrati hui' sunt equales: Et sic circulus & huiusmodi quadratum sunt equalia.

Additio.

Iste est quinta auctoris conclusio quæ maior dicẽda est demostrationis nostræ de circuli quadratura quam intendimus in qua campanus noster hæc sentire uidetur: q; omnis figura plana unica linea orbiculariter dicta contenta siue quæ cõtinetur unica tantũmodo linea. s. circunferentiali cuius circuli diameter transcẽdit idest superat precise quartam eiusdem figuræ scilicet ipsiusmet circuli in semipartibus tribus hoc est in tribus dimidiis partibus siue in una parte cum dimidia est equalis cuilibet quadrato cuius quadrati latus diameter eius

dem circuli supradicti trascedit p̄cise in tribus dimidiis partibus. Siue cuius quadrati latus ab eiusdē circuli diametro in tribus precise dimidiis partibus trascendit id est superatur. Diameter enim circuli in septē precise particulas superius diuidebatur latus uero quadrati in quinq; partes & dimidiā ipsius diametri & usq; ad septenarii numeri talē restat una dūtaxat pars cū dimidia siue tres dimidie particule quibus quodlibet latus talis quadrati ad eiusdē circuli diametro superat: Et licet hoc fortasse aliter uerum sit tamen in quantitate cōtinua quibusdam cōtra sensum & apparentiā uideri poterit. Q m̄ si circulus in quatuor equas portiones diuideret tunc quelibet illarū quatuor partiū siue quarta circuli quinq; dūtaxat ipsius diametri portiūculas occupare uidetur non autē quinq; cū dimidia sicuti & circuli quarta & sic: nō uidet q; inter se inuicē adequentur. Sed in rei ueritatis adequā tur ut inferius enucleabimus. Sed huius rei apparētia est ppter circuli lineam orbicularē siue caruā quæ per ipsius diffinitionē non ita longius sicuti recta extenditur linea: Et sic patet q; quelibet q̄rta circuli & quelibet quarta ipsius quadrati inter se inuicem adequantur. Sed hoc inquante discreta euidentius apparet nā si quater quinarium cū dimidio dixeris numerum statim. 22. resultabit numerus ex quo recta illico circuncurrens atq; orbicularis constituetur linea: utpote si foret circulus. 22. graduum & diuidatur in quatuor partes equales pro quali bet quarta parte cōtingerent. 5. gradus & 30. minuta ut patet & sic quinq; & dimidiū sunt quarta pars circuli ex qua fieri debet unū quadrati latus. Q m̄ igit quodlibet latus siue quelibet quarta huius quadrati ab ipsa iam di-

cta circuli diametro equaliter superat quia scilicet ut dictum est in semipartibus tribus siue in una parte cũ dimidia iccirco quelibet lates huius quadrati sunt equales & sic circulus & huiuscemodi quadratũ sibi inuicẽ adequãtur. Sed hæc omnia unico exẽplo cãpanus noster hoc pacto cõprobat. Si tetracubitũ aureũ & tetracubitũ argenteum a pentacubito eburneo equaliter superant quia in unico dũtaxat cubito sequit q̃ tetracubitũ aureum & tetracubitũ argẽteum inter se necessario adequant: Siquidem per cõmunes cũ conceptiones quelibet spatia & interualla quæ uni & eidẽ sunt equalia & sibi inuicẽ equalia erunt. Itẽ quecũq; ab eodẽ superant equaliter inter se sunt equalia: Concludimus itaq; q̃ quelibet quarta circuli & quodlibet latus quadrati cum ab uno tertio. s. ab eiusdem circuli diametro superãtur equaliter inter se in uicem penitus equales esse necesse est.

Minor propositio quæ est sexta conclusio.

Omnis circulus est figura plana unica linea orbiculariter ducta contẽta cuius diameter trascendit p̃cise quartam partem eiusdem figure in semipartibus tribus.

Huius declaratio patet in quarta propositio. Si enim secundum q̃ plerique matcematici scripserũt & iuxta phisicam ueritatẽ circulus diuidatur in. 22. partes & remota una scilicet. zz. parte tertia remanẽs scilicet septima est diameter circuli. Et quarta eiusdem circuli cõtinet quinq; partes & dimidiam diameter scilicet septima trascendet precise quartam circuli scilicet. ⅋. par

tes & dimidiã in semipartibus tribus idest in tribus partibus dimidiis. Ex premisa igitur quinta ꝓpositione maior & sequitur sexta minor sequitur conclusio ultimis in primo modo primæ figuræ. scilicet ꝙ omnis circulus est equalis quadrato cuius latus eiusdẽ circuli diameter transcendit precise in tribus semipartibus. Singularis autem huius rei euidentia fiat hoc modo constituatur circulus cuiuslibet magnitudinis, eiusdẽ diameter diuidat̃ in. 7. partes equales per doctrinã in tertia cõclusione traddítam, Dehinc constituat̃ quadratũ equilaterum per artẽ quarte cõclusionis, cuius quadrati latus precise continet. 5. partes & dimidiam diametri supradictæ ut patet, sic ꝙ premissis diligenter inspectis patebit ꝙ huiusmodi circulus huic quadrato erit equalis ut talis ac tantus circulus tali ac tanto quadrato.

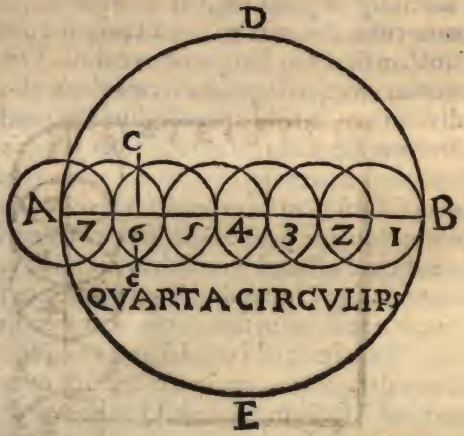
Additio.

HVius sextæ atq; ultimæ propositionis minoris declaratio inquit noster campanus in quarta habetur conclusione. Si enim ut superius dictum est & secũdum ꝙ plerique optimi scripsere mathematici circulus i. 22. partes diuidatur, a quibus si una tantũmodo remouea̅t̃ tertia uero remanentis pars ut pote septima circuli diameter resultabit. Sed est notandum ꝙ una circuli quarta ut etiam superius dictum est cõtinet quinq; solũmodo partes & dimidiã. Tunc predicta circuli diameter uidelicet septima trascendet precise quartam circuli scilicet quinq; partes cum dimidia in semipartibus tribus idest in tribus dimidiis partibus: Ex premissa igitur quinta propo

ſitione minor & ſexta minor ſequitur concluſio ultimis in primo modo primæ figuræ ſcilicet q̃ omnis circulus eſt equalis quadrato cuius latos eiuſdem circuli diameter traſcendit preciſe in tribus ſemipartibus. Huiuſcemodi autem diametro de circuli tetragoniſmo aliter hoc pacto formatur: Omnis figura plana unica linea orbiculariter ducta contenta cuius diameter traſcendit preciſe quartam eiuſdem figure in ſemipartibus tribus. Eſt equalis quadrato cuius latus ab eiuſdem circuli diametro traſcēditur preciſe in tribus dimidiis partibus. Sed omnis circulus eſt figura plana unica linea orbiculariter ducta contenta. cuius diameter traſcendit preciſe quartam partem eiuſdem figure in ſemipartibus tribus. Omnis igitur circulus eſt equalis quadrato cuius latus ab eiuſdem circuli diametro. in tribus preciſe dimidiis partibus traſcenditur atq̃ ſuperatur. Si uero huiuſce ultimis demoſtrationis ſingularem atq̃ euidentiorem facere uoluerimus manifeſtationem ita procedendum eſt inquit campanus conſtituatur primo circulus cuiuſcunq̃ libuerit magnitudinis: Poſtmodum eiuſdem circuli ſic conſtituti diameter in ſeptē equas diuidatur portiones ſecundū doctrinam traditam in tertia huius compendioli concluſione. Sicuti enim ibi diuidebatur linea in quatuor partes equales eodem quoq̃ pacto in. 7. & quotcunq̃ libuerit diuidi q̃ facillime poterit. Quibus exactis per artem quartæ concluſionis noſtræ. quadratum conſtituatur equilaterum. cuius quadrati quodcunq̃ latus contineat quinque partes & dimidiam ſupradictæ diametri. Sicq̃ premiſſis diligenter inſpectis atq̃ obſeruatis patebit q̃ huiuſcemodi circulus huic quadrato erit equalis.

& talis ac tantus circulus tali ac tanto quadrato precise correspondebit atq; proportionabitur, quemadmodum optime intelligenti ex infrascriptis figuris luce clarius patebit.

Circulus compositus per artem tertiæ conclusionis.



Sic circulus constitutus per artem tertiæ conclusionis.a.c.b.d.eiusq; diameter diuisa in septem partes equales.a.b.Sed a puncto,c.usq; ad.b.dicitur una quarta circuli/quæ continet.5.partes cum dimidia diametri eiusdem/& restabunt tres dimidie partes siue una pars cũ dimidia scilicet a puncto.a.usq; ad.c.& sic huiuscemodi circulus erit equalis/quadrato secundum artem quarte conclusionis hic statim inferius describendo/cuius quadrati quodcũq; latus continet quinq; partes & dimidiã diametri/p̃dictis circuli/ut manifeste patet intuenti.

QVodlibet latus huius quadrati per artem quartæ conclusionis constituti continet .5. partes & dimidiam de diametro circuli superius descripti per artem tertiæ cõclusionis & sic huiuscemodi quadratũ & circulus interse adequantur & equiualent ut docuit cãpanus.

τέλος.

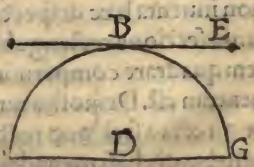
Archimedis Syracusani Tetragonismus.

Incipit archimenidis quadratura parabolæ.

Rchimenides dositheo bene agere audiens/Kononē quidem mortuum esse/q; erat nobis amicus. Quendam autem Kononis notum esse/& geometriæ domestícum fore mortuum quidem grauiter doluímus/tanq; uiro amico existente/& in mathematibus mírabile quodā preconati auteni sumus mittere scribentes ut cononi scribere cōsueueramos geometrícorum theorematum quod príus quídem non erat theorematū. Nūc autem ab aliis speculatum est príus quidē per mathematícam ínuentum. Deínde autem per geometríam demostratís quídem príus círca geometríam elaboratís conatí quídem scribere ut possibile erat. Círculo dato & círculí portioní date spatium ínuenire rectilíneum equale. Et post hoc spatium quod contínetur a portione totius conı & a recta quadrare. Acceptauerunt sumentes non facíle concessibilía fundamēta quæ quídem ípsis a plurímis non ínuenta hæc despecta sunt/Portionem autem contētam a sectione rectanguli coni nullum primorum conantem quadrare comperimus quod ut quæ nunc a nobis ínuentum est. Demostratur enim q; omnis portio contenta a recta a sectione rectanguli coni est epytrica trigoni habentis basem eandem & altitudínem equalem por-

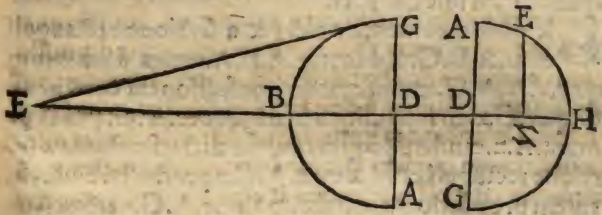
tioni. Sumpto hoc fundamento ad demostrationem ipsius in equalium spatiorum excessum quo maius excedit minus possibile esse ipsum excessum cōpositum excedere omne propositum finitum spatium: Vsi sunt autem & priores geometre hoc fundamento: circulos enim habere duplam proportionem adinuicem diametros demostrarunt utentes hoc fundamento: Et in sphæras quidem triplam proportionē habent adinuicem diametrorū. Et adhuc autem & omnis piramis tertia pars est prismatis eandem basem habentis cum pyramide & altitudinem equalem. Et quia omnis conus tertia pars est chilindri habentis eamdem basem cum cono & altitudinem equalē similiter predicto fundamento accipientes sumpserunt. Accidit predictorum theorematum unumquodq; nullo minus eorū quæ sine hoc demostrata sunt credemus: Sufficit autem ad similem fidem huius inductum expositos a nobis. Describentes igitur ipsius demostrationes mittimus primum quidem quomodo per mathematicam cōsideratum est. post hæc autem & equaliter per geometricata demostratur. perscribentur autem & elementa conica oportuna ad demostrationem. Vale.

SI sit rectāguli coni portio in qua quæ. A. B. G. quæ autem. b. d. apud diametrū. uel ipsa diameter quæ autem. A. G. penes eam quæ secundum. B. contingentem sectionem coni. equalis erit quæ. A. D. ipsi. D. G. & si equalis sit quæ. A. D. ipsi. D. G. paralelle erunt quæ. A. G. & secundum. B. cōtingens sectionem coni.



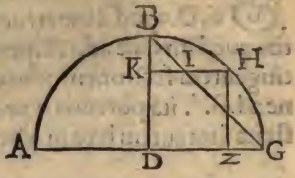
SI sit rectanguli coni portio quæ.A.B.G.sit autem quæ quidem.B.D.apud diametrum uel ipsa diameter quæ autem.A.D.G.apud eam quæ secundum.B.cõtingententem sectionem coni. Quæ autem.E.G.cõtingens portionẽ coni apud.G.erit quæ.B.D.B.E.equalis.

SI sit rectanguli coni portio quæ.A.B.G.Sit autẽ.B.D.apud diametrum aut ipsa diameter & ducantur quedam quæ ad.2.E.penes eam quæ secundũ.B.contingentem sectionem coni erit ut quæ.B.D.longitudine ad.B.2. ita potentia quæ.A.D. ad lineam.E.2. Demostrata sunt autem hæc in ælementis conicis.

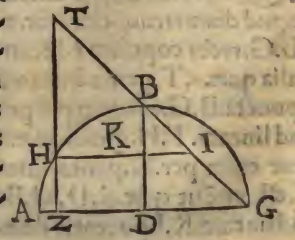


SIt portio cõtenta a recta & sectione rectanguli coni.A.B.G.quæ autem.B.D.A.media linea.A.G. apud diametrum ducatur uel ipsa diameter sit & quæ. B.G.recta copulata educatur si itaq; producatur aliqua alia quæ.2.T.penes lineam.B.D.secans rectam quæ per puncta.B.G.eandem proportionem habebit quæ.2.T. ad lineam.T.H.quam quæ.A.D.ad lineam.D.2.Ducatur enim per.K.penes lineã.A.G.quæ.H.K.aliter.K. I.est autẽ ut quæ.B.D.ad.B.K.longitudine itaq;.D.G. ad lineam,K,I.potentia demostratum est Hoc enim erit

ergo ut quæ.B.G.ad.B.I.longitudíne ítaq;.B.G.ad.B.T. potentia equales.n.quæ.D.z.K.H. proportíonales ergo ſunt quæ.B.G.B.T. líneæ quare eandem hẽt proportíonem quæ .B.G. Ad. B.T.quã quæ.g.t. ad líneã. t.í.eſt ergo ut quæ.G.D.ad líneã.D.z.ita quæ.t.í.ad líneã.t.H.ípſi aũt.D.G.equalís eſt quæ.D.A.palã ígitur q; eandẽ habet proportionẽ quæ.d.a.ad líneas.D.z.quã quæ.z.T.ad líneam.T.H.



SIt portío contenta a recta & a ſectíone rectanguli coní.A.B.G.& ducatur.A.B.A.penes díametrum quæ.z.A.A.G.autem contíngens ſectionem coní apud G.quæ.G.z.Sí ítaq; alíqua in trígono.z.A.G. penes líneam.A.z.eandem proportíonem dícta ſecabitur a ſectíone rectãguli coní & quæ.A.G.a producta.Eíuſdem autem proportíonís erít ſectío líneæ.A.G.uerſus.A.ſectioní producte quæ uerſus.a.ducatur enim alíqua quæ D.E.penes líneã.a.z.& ſecet prímum quæ.D.E.líneam a.G.ín duo equa/Quoníam ígitur eſt rectanguli coní ſectío/quæ.a.b.g.& quæ quídem .b.d. penes díametrum quæ autem ad.D.G.equales erunt ípſi. A.G. equidíſtans quæ ſecundum .B. contíngens ſectionem rectanguli coní.



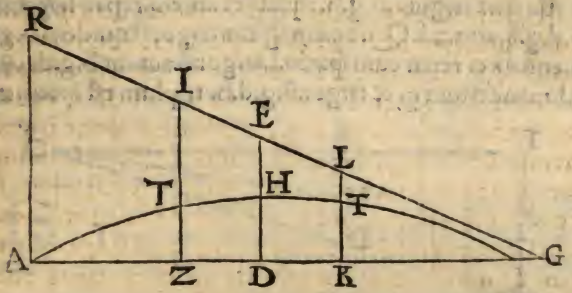
RVrsum qm̃ penes diametrũ est quæ.d.e. & a signo g.ducta est quæ.g.e.cõtingens sectionem rectan gulí coní secundũ.g. Q uæ autẽ.d.g.equidistans ei quæ secundum .b.contingenti equalis est quæ.e.b.ipsi.b.d. q̃re eãdem habet proportionem quæ.a.d.ad lineã.d.g. quã quæ.d.b.ad lineam.b.e.Siquidẽ igitur in duo equa pro qua producta est secat lineam.a.g.demostratum est. Si autẽ nõ ducatur aliqua alia quæ. k.l.penes lineã.a.z. aemostrandũ igitur ꝙ eandem habet proportionẽ quæ. d. k.ad.k.g. quam quæ.k.t.ad.t.l.quoniã enim equalis est quæ.b.e.ipsi.b.d.equalis est & quæ.i.l.ipsi. k.i.eandem ergo proportionẽ habet quæ.l. k.ad. k.i.quã quæ a.g.ad lineam.d.a.habet autẽ & quæ. k.i.ad.lineã. k.t. eandem proportionẽ quã quæ.d.a.ad lineam.a. k.demo stratũ est enim in priore quare eãdem proportionem ha bet quæ .k.t.ad lineã.t.l.quoniã quæ.a. k. ad lineam.k. g.demostratum est igitur propositum.

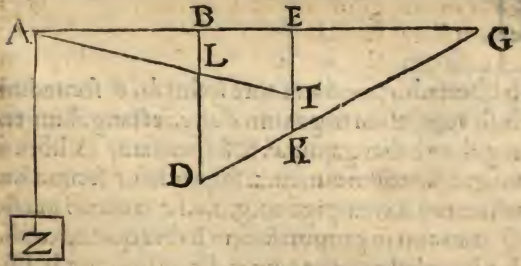
INtelligatur ergo propositum in recto ad orizon tem & lineæ.a.b.hoc quidẽ ad eandẽ ipsi.d.intelli gantur hæc autẽ ad alteram sursum. Trigonũ autẽ.b.d.g. sit rectãgulum habens rectum angulum apud.b. Et latus b.g.equale medietati libre uidelicet equali existente li nea.a.b.ipsi.b.g. Suspendatur autem trigonum ex signis b.g. Suspẽdatur autem & illud spatium.z.ex alia parte li bre apud.a.& equaliter repat spatiũ.z.apud.a.suspensum trigono.bd.g.sic existenti ut nunc iacet. Dico itaq; spa tium.z.trigoni.b.d.g.esse tertiã partem . Q uoniã enim supponitur equaliter repere libra assimulatur linea.a.g. ip si orizonti ducte autẽ ad angulos rectos ipsi.a.g.in re cto plano ad orizontẽ erunt kathoti ad orizõtem.Sece

tur ítaq; línea.b.g.apud.e.ita ut línea.g.e.ſit dupla líneæ e.b.& ducatur penes líneam.d.b.quæ.eſt.K.e.& ſecetur ín duo equa apud.t.trígoní ítaq; .b.g.d.centrum grauí-tatís eſt.ſignum.t.

TNtellígatur ergo propoſitum ín recto ad orízon-tem.& líneæ.a.b.hoc quídem ad eandem ípſi.d.ín telligantur hæc autem ad alteram ſurſum. Trígonum au tem.b.d.g.ſit rectangulum habens rectum angulũ apud b.& latus.b.g. equale medíetatí líbre uídelicet equalí exíſtente línea.a.b.ípſi.b.g. Suſpendatur autem trigo-num ex ſignís.b.g.Suſpendatur autem & íllud ſpatium. z.ex alía parte libræ apud.a.& equaliter repat ſpatium.z. apud.a.ſuſpenſum trígono.b.d.g.ſic exíſtẽtí ut nunc ía-cet. Dico itaq; ſpatium.z.trígoni.b.d.g.eſſet tertíam par tem. Quoníam ením ſupponítur equalíter repere líbra aſſimilatur línea.a.g.ípſi orízontí-ductæ autem ad angu los rectos ípſi.a.g.in recto plano ad orízontẽ erunt Ka thetí ad orizõtem:Secetur ítaq; línea.b.g. apud.e. íta ut línea.g.e.ſit dupla lìneæ.e.b.& ducatur penes líneam.d. b.quæ eſt. K.e. & ſecetur ín duo equa apud.t. Trígoní ítaq;.b.g.d.centrum grauitatís eſt ſignum.t. Oſtenſum eſt ením hoc ín mathematícis.Sí trígoní.b.d.g.quæ quí dem ſecundum.b.g.appenſio ſoluatur & ſuſpendatur ſe-cundum.e.manet trígonum ut nunc ſe habet. Vnũquod q; ením ſuſpenſorum ex quo ſigno ſtatutum eſt manet ut ſecundum Kathetum ſit ſignum appenſí & centrum gra-uitatís ſuſpenſí-oſtenſum eſt ením hoc. Quoníam igit eandem habebít conſiſtentíam trígonum.b.g.d.ad librã eque repet-ſimílíter ſpatíum.z.Quoníam autem equalí ter repunt ſpatíum quídem.z.ſuſpenſí apud.a.& trígonũ

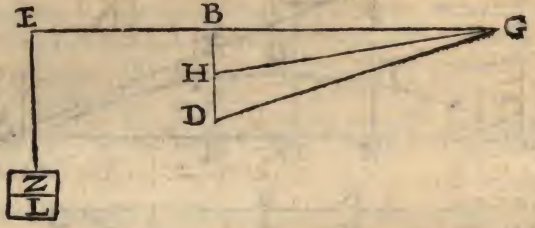
d.b.g.ſecundum.e.Palam ꝙ contra paſſa ſunt longitudi nibus & eſt ut quæ.a.b. ad lineã.b.e. ita trigonum.b.d. g.ad ſpatium.z.Q uẽ autẽ.a.b.tripla eſt lineæ. b.e.& tri gonum ego.b.d.g.triplum eſt ſpatii.z. manifeſtũ autẽ ꝙ & ſi triplũ ſit trigonum.b.d.g.ſpatii.z.ꝙ equaliter repẽt.





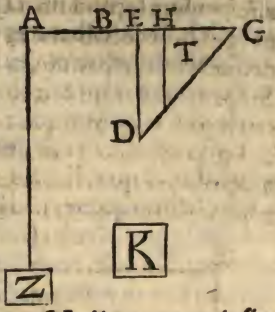
Gitrurſum libra linea.a.g.medium autẽm ipſius ſit. b.& ſuſpendatur apud.b.trigonum.g.d.h.amblí gonum baſim quidem habens lineam. d.h. Altitudinem autem lineam equalem exiſtẽtem mediętatati libræ & ſu

ſpendatur trígonum.g.d.h.ex ſignís. b.g. Spatíum autē z.ſuſpenſum ſecundum.a.ſit equaliter repens cum trígono.g.d.h.ſic ſe habente ut autem iacet: Similiter autem demoſtrabitur ſpatium.z. eſſe tertia pars trígoní. g.d.h. Suſpendatur enim & quídem aliud ſpatínm.l.a. quod ſit tertia pars trígoní.b.g.h.equalíter autem repet trígonū b.d.g.ſpatio.z.l. Quoníam ígitur trígonū quídem.b.g.h.equalíter repat cum ſpatío.l.trígonū autem.b.g.d. cū z.l.manifeſtum q; & trígonū.g.d.h. tríplum eſt ſpatíí. z.

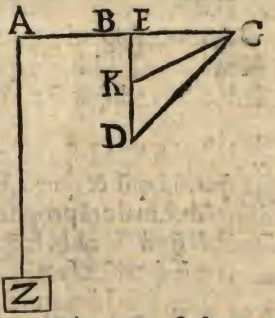


Sit líbra.a.b.g.medíum autē ípſius.b. & ſecundum b.ſit appreſſum trígonum.d.g.e.rectangulum rectum angulum habens apud.e.& ſuſpendatur ex líbra ſecundum.g.e.Spatíum autem.z. ſuſpendatur ſecundū.a. & equaliter repat cum trígono.g.d.e.ſic exíſtentí ut nūc iacet. Quam autem proportíonem habet quæ.a.b.ad líneam.b.e.hanc habet trígonum.g.d.e.ad ſpatíum.k. Díco ítaq; ſpatíum.z.trígono quídem.g.d.e.mínus eſſe ípſo autem.k. maíus. Accípiantur enim trígoní.g.d.e.centrum grauítatís & ſic.t. Et quæ.t.h.ducatur penes líneam d.e. Quoníam ígitur equalíter repít trígonum.g.d.e. cū ſpatío.z.eandem habet proportíonem ſpatíum.d.g.e. ad

ſpatium.z.quam quæ.a.b. ad lineã.b.h. Quare minus eſt. z.quam g.d.e. Et quoniã trigonum.g.d.e.ad ſpatiũ quidem.z.hãc habet proportionem quam quæ.b.a. ad lineã b. h. Ad ſpatium autem. K. quam quæ. b.a. ad lineam.b. e. Palam q; maiorem proportionem habet trigonum. g. d.e.ad ſpatium. K. quam ad ſpatium.z.quam ſpatium.K.



Sit rurſum libra quidem.a.g.Medium autem ipſius b.Trigonum autem.g.d.K.ſit amblígoniã baſim quidem habens lineam.d.K. Altitudinem autem lineam e.g.&.ſuſpendatur ex libra ſecundum.g.e.ſpatium autem z. ſuſpendatur ſecundum. a. Et equaliter repat tum trigono. d. g. k. ſic ſe habente ut nunc iacet. Quam autẽ proportionem habet quæ. a.b. ad lineam.b.e.hanc habet trigonum.g.d.K. ad ſpatiuml. Dico itaq; ſpatium.z. Spatium quidem.l.maius eſſe triangulo autem.d.g.K.minus demoſtrabitur autem ſimiliter cum priori.

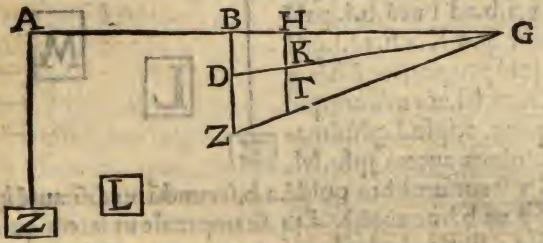


Sit rurſum.a.b.g.libra & medium ipſius ſit.b. quod autem.d.b.h.K.trapezale eos quidem qui apud ſi-

gna.b.H.angulos habens rectos.Latus autem.k.d.uergens ad.G.Et quam habet proportionem quæ.a.b.ad lineam.b.h. hanc habet trapezale.b.d.k.H.ad ſpatium.L. Suſpendatur autem & ſpatium.z.ſecundum.a. & equaliter repat cum trapezali.b.d.h.k.ſic ſe habenti ut nunc. Supponit dico ſpatium.z.eſſe minus q̃.l. Secetur enim quæ.a.g.apud.e.ita ut quam habet proportionē dupla ipſius.d.b.& quæ.K.h.ad duplā ipſius.K.h.& ipſius.d.b.hanc habeat quæ.e.h.ad lineā.b.e.& per.e.penes lineā b.d.ducta quæ.e.enim ſecetur in duo equa apud.t.trapezale itaq;.b.d.h.k.centrū grauitatis eſt ſignū.t.oſtēſum eſt enim hoc in mathematicis.Si igitur trapezale.b.d.h.K.apud.e.qdē ſuſpendatur:a ſignis aūt.b.h.ſoluatur manet eadē hñs cōſiſtentiā propter hoc prioribus & equaliter repit cum ſpatio.z. Q m̃ igitur equaliter repit trapezale.B.d.h.K.ſuſpenſum ſm e.cū ſpatio.z.ſuſpenſo ſm.a. Erit ut quæ.a.b.ad.b.e.trapezale.b.d.h.K.ad.ſpatiū.z.maiorem proportionē hñs trapezale.b.d.h.k.ad ſpatiū.z. q̃ ad ſpatiū.l.qm̃ & quæ.a.b. ad lineā.b.e.maiorē proportionē hēt q̃ ad lineā.b.h.q̃re minus erit ſpatiū.z.ſpatio.l.

Sit rurſum libra quidem.a.g.medium autem ſpſius b.trapezale autem ſit.k.d.t.r.habens latera quidē k.d.t.r.uergentia ad.g.latera autem. d.r.k.t.kathet os ſu

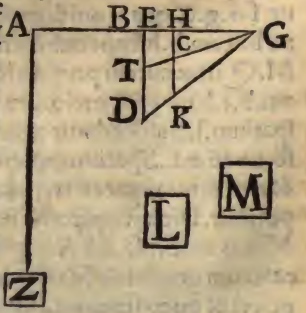
per lineam.b.g.& quæ.d.r.cadat ad.b.quã autẽ proportionem habet quæ.a.b.ad lineam.b.H.hanc habet trapezale.d.k.t.r. ad spatiũ.l.Trapezale autem.d.k.t. r.suspendatur ex libra secundum.b.h.& z.secundum.a.& equaliter repat spatiũ.z.cum trapezale.d.h.r.t.sic se habenti ut nunc iacet.Similiter itaq; prioribus demostrabitur spatium.z.minus esse spatio.l.



Sit rursum libra quidem.a.g.medium autem.b.hoc autem.d.e.K.h.sit trapezale habens angulos quidem qui.a.p.d.e.h.rectos.lineas autẽ.K.d.e.h.tendens uersus.g.& quam quidem proportionẽ habet quæ.a.b. ad lineam.b.h.hanc habet trapezale.d.K.e.h.ad spatium M.Quam autem proportionem habet quæ.a.b.ad lineam.b.e.hanc proportionem habet trapezale.d.k. e.h.ad spatium.l.Suspendatur autẽ trapezale.d.k. e.h.ex libra secundũ.e.h.Spatium autem.z.suspendatur secundũ.A. & equaliter repat cũ trapezali sic se habente ut nunc supponitur.Dico itaq; spatium.z.esse quidem maius ipso.l. Minus autẽ ipso.M.Accipio enim trapezalis.d.k. e.h. centrum grauitatis sit autem.t.Sumetur autem similiter priori & duco lineam.t.b.penes lineam.d.e.Si igitur tra

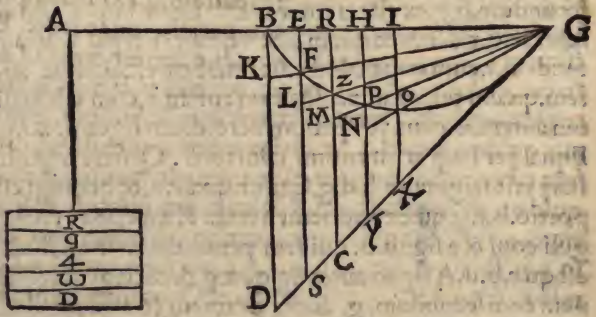
pezale ex libra suspenditur. Secundum.i. A signis aŭtèm e.h. soluatur manet eadem habens consistentiam & equa liter repet cum.2. propter eandem prioribus. Quoniã autem equaliter repit trapezale suspensum secundũ.i. cum.2. suspenso secundum a. eandem habebit proportionem trapezale ad.2. quã quæ.a.b.ad lineã.b.i. palã igitur q̃.d.K.e.h.ad.l.qdẽ maiorẽ proportionẽ hẽt q̃ ad.2.ad.M.aŭt minorẽ q̃ ad 2.quare. 2.ipso.l.qdẽ ẽ maius minus autem ipso.M.

Sit rursum libra quidẽ.a.b.secundũ medíũ autẽ ipsius.b.hoc autẽ.K.d.t.r.sit trapezale ut latera quidẽ K.d.t.r. sint cadentia.l.uersus.g.Latera autẽ.d.t.k. r.sint Kathetí ad lineã.b.g.Suspendatur autẽ ex libra secundũ e.h.Spatiũ autẽ.z.suspendatur secundũ.a.& equaliter repat cũ trapezalí.d.K.t.r.sic se hñtí ut nunc iacet. Et quã quidẽ habet proportionem quæ.a.b.ad lineam.b.e.hanc habet trapezale.d.K.t.r.ad spatiũ.l.Quã aŭt pportionẽ hẽt quæ.a.b.ad lineã.b.h.hãc hẽt.idẽ trapezale ad spatiũ.m.Sicr itaq; priori demostrabitur.z.spatio qdẽ.l. maius spatio aŭt.m.minus

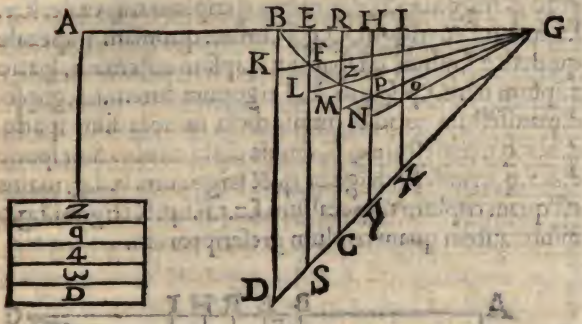


Sit portio.b.t.g.contenta a recta & sectione rectan gulí coní sit itaq; primo quæ.b.g.ad rectos angu los diametro & ducatur a signo quidem.B.quæ.b.d.pe nes diametrũ a signo autem.g.quæ.g.d.contingens se ctionem coní secundum.g.Erit itaq; trigonum.b.g.d. rectangulum.Diuidatur itaq;.b.g.insectiones quæcũq; scilicet.b.e.e.z.z.h.r.Et a sectione ducatur penes diame trum quæ.e.s.2.c.h.y.i.x.A signis autem secundu; quæ secant ipse sectionem coní copulentur secundum.g.& educantur dico itaq; trigonum.b.g.d.trapezalium qui dem.K.e.l.:.m.h.n.í.& trigoní.x.i.g.minus esse q̃ tri plum. Trapezalium autem.z.f.h.t.í.p.& trígoní.í.o.g. maius esse quam triplum.Sit enim diuisa recta quæ.a.b. g.& assumatur quæ.a.b.equalis ipsi.b.g.& intellígatur libra quæ.a.g.medium autem ipsius erit.b.& suspenda tur ex.b.Suspendatur autem & trígonum.b.g.d.ex libra secundum.b.g.ex altera autem parte libræ suspendantur spatía.r.q.x.ω.d.secundum.a.& equalíter repat spatium quídem.r.cum trapezalí.d.e.sic se habente.Spatium au tem.q.cum trapezalí.z.s.spatium autem.x.cum.e.h.spatí um autem.ω.cum.y.i.spatium uero.d.cũ trigono.x.í.g. Equalíter itaq; repit totum cum toto. Quare tríplum itaq; erit trígonum.b.d.g.spatíi.r.q.x.ω.d.& quonia; est portio.b.t.g.quæ continetur a recta & a sectione rectan gulí coní & a signo.b. quídem penes díametrum ducta est quæ.b.d.A signo autem.g.quæ.g.d. cõtíngens sectío nem coní secundum.g. ducta est autem & alia quedam penes díametrum quæ.s.e; eandem habet proportiõem quæ.b.g.ad líneam.b.e. quã quæ.s.e.ad líneam.b. e. quã

quæ.s.e.ad líneam.e.f.quare & quæ.b. a. ad líneã.b.e. eã dem habet proportíonem quam trapezale.d.e.ad trapezale.K.e.símilíter autem demoſtrabítur quæ.a.b.ad líne am.b.z. eandem habere proportíonem q̃ trapezale. s.z. ad trapezale.l.z.Ad líneam autem.b.h.quam trapezale.e. h.ad.trapezale.m.h.ad líneam autem.b.í.q̃ trapezale.y.í. ad trapezale.h.í. Q uoníam ígítur eſt trapezale.d.e.habens quídem apud ſigna.b.e.angulos rectos/Latera autem tẽdentía ad.g.equal íter autẽ ſibí repit ſpatíũ quoddam ſcílícet.r. ſuſpenſum ex líbra ſecundum.a.ſic ſe habente trapezalí ut nunc íacet/& eſt ut quæ.a.b.ad líneam.b.e.ſta trapezale.d.e.ad trapezale.K.e.maíus ergo eſt ſpatium.K.e.ſpatío.r.oſtenſum ením eſt hoc.

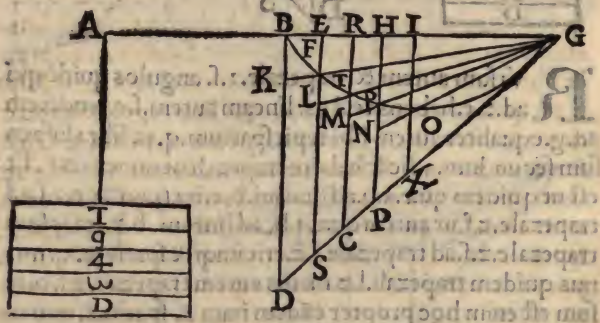


Vel Alter.



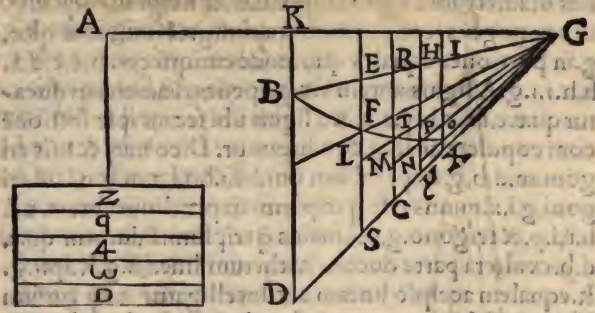
RVrſum autem & trapezale.2.ſ. angulos quidē qui ad.z.e.habens rectos lineam autem.ſ.c.tendētem ad.g.equaliter autem ſibi repit ſpatium.q.ex libra ſuſpen ſum ſecundum.a.ſic ſe habēte trapezali ut nunc iacet. Et eſt ut quidem quæ.a.b.ad lineam.b.e.ita trapezale.2.ſ.ad trapezale.z.f.ut autem quæ.a.b. ad lineam. b.z. ita ipſum trapezale.z.ſ.ad trapezale.l.z.erit itaq; & ſpatium. q. minus quidem trapezali.l.z.maius autem trapezali. z.f. oſtē ſum eſt enim hoc propter eādem itaq; & ſpatiū.x. minus quidem eſt trapezale.m.h.Maius autem ipſo.t.h. & ſpatium.ω. d.minus quidem trapezali.n.i. Maius autem ipſo.p.i.Similiter itaq; & ſpatium.d. trigono quidē. x.i.g. minus.Maius autem trigono.g.i.o.Quoniam igitur.k. e.quidem trapezale maius eſt ſpatio.r.Trapezale autem. l.z.ſpatio.q.ipſum autem.m.h.ipſo.x.& trapezale.n.i.ſpatio.ω. Trigonum uero.x.i.g.ipſo.d.manifeſtū q; & om

nia dicta ſpatia maiora ſunt.ſ.q.ſpatio.r.q.x.ꝏ.d. eſt uatem ſpatium.r.q.x.ꝏ.d.tertia pars trigoni.b.d.g. Palam ergo ꝓ trigonum.b.d.g.minus q̄ triplum trapezale.k.e.l.z.m.h.n.i.& trigoni.x.i.g. Rurſum quoniam trapezale quidem.z.f.minus eſt ſpatium.q.ipſum autem.t.h. ſpatio x.ipſum uero.i.p.ſpatio .ꝏ. Trigonum autem.i.o.g.ipſo.d.manifeſtum quod & omnia dicta minora ſunt ſpatio.d.ꝏ.x.q.manifeſtum ꝓ & omnia dicta minora ſunt ſpatio d.ꝏ.x.q. manifeſtum igitur ꝓ & trigonum. b.d.g. maius eſt quam triplum trapezalium.f.z.t.h.i.p.& trigoni.i.g.o minus autem quam triplum preſcriptorum.

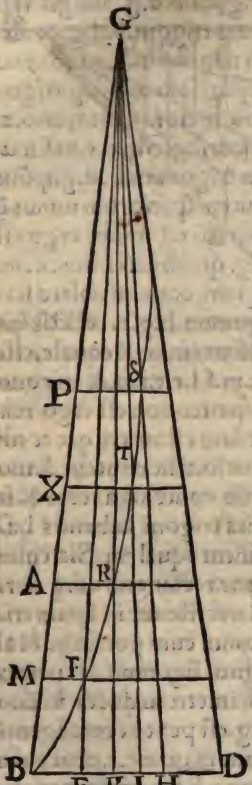


SIt rurſum.b.t.g.portio contenta a ſecta & a ſectione rectanguli coni. Quæ autem.b.g.non ſit ad angulos rectos diametro neceſſarium autem aut productā a ſigno.b.penes diametrum ad eandem portioni aut eā quæ.a.g.habentem facere angulum ad lineam.b.g. & ſit quæ habentem angulum facit quæ apud.b.& ducatur pe

nes diametrum a signo.b.quæ.b.d.& a signo. g.quæ. g. d. contingens sectionem coni apud.g.& diuidatur quæ. g.in portiones equales quomodocunq; secet. b.e.e.z.z. h.h.i.i.g.A signis autem.e.z.h.i penes diametrum ducatur quæ.e.f.x.c.h.y.z.x.& a signis ubi secant ipse sectionē coni copulentur ad.g.& educantur. Dico itaq; & nūc trigonum.d.b.g.trapezalium quidem.b.f.l.z.m.h.n.i. & trigoni.g.i.x.minns esse q̄ triplum trapezalium autem. z.f. h.t.i.p.& trigono.g.o.i.maius q̄ triplum:Educatur quæ d.b.ex altera parte ducens kathetum lineam.g.k.ipsi.g. k.equalem accipio lineam.a.k.Intelligatur itaq; rursum libra.a.g.Medium autem ipsius.k.& suspendatur ex.k.suspendatur autem & trigonum.g.k.d.ex medietate libræ secundum.g.k.habens ut nunc iacet. Ex altera autem parte libræ suspendantur secūdum.a.spatia.r. q.x.ω.d. & spatium quidem.r.trapezali.d.e.equaliter repat sic habenti ut nunc iacet.Spatium autem.q.cum trapezali.z. f.spatium uero.x.cum.e,h,spatium autem.ω.cum. y.i. spatium uero.d.cum trigono.g.i.x.equaliter itaq; repet & totum cum toto Quare erit utiq; & trigonum.d.b.g. triplum spatii.r.q.x.ω.d.Similiter itaq; priori demostrabitur trapezale.b.f.spatio.R.maius & trapezale quidem.t.e. maius esse spatio.Q.trapezale autem.z.f.minus & trapezale quidem.m.h.maius esse spatio.x.trapezale autem. h.t. minus & adhuc trapezale quidem.n.i.maius esse spatio. ω.Ipsum autem.p.i.minus & trigonum autem.x.i.g. maius spatio.d.trigonum autem.g.i.o.minus.palā igit est.



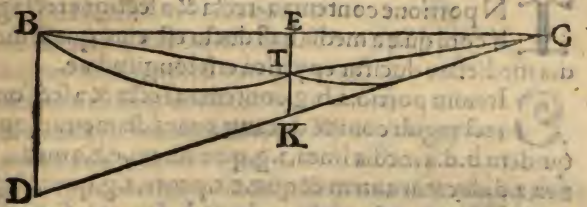
SIt rursum portio.b.t.g.contenta a recta & sectione triãguli coni & ducatur per.b.quidem quæ.b.d.penes diametrum a signo autẽ.g. quæ. g.d. contingẽs sectionem coni secũdum.g.Sit autem trigoni.b.d.g. tertia pars spatii.z.dico itaq; portionem.b.t.g.equalem esse spatio.z.si enim nõ est equale aut maius est aut minus. Sit itaq; prius si possibile est maius excessus autem quo excedit portio.b.t.g.spatium.z.ipse compositus sibi ipsi erit maior trigono.b.g.d.possibile autẽ est aliquod spatium minus excessus quod erit pars trigoni.b.d.g. Sit autem trigonum.b.g.e.minus dicto excessu & pars trigoni.b.d.g.erit autem quæ.b.e.pars ipsius.b.d.Diuidatur igitur quæ.b.d.in partes & sint signa diussionũ quæ. h.i.k.apud.g.rectæ copulantur.Secant itaq; ipse sectionem coni quoniam quæ.g.d.est contingens ipsa secundum.g.a signis autem ubi secant recte sectionem ducantur penes diametrum quæ.m.f.a.r.x.t.p.s.erunt autẽ ipse & penes lineam.b.d.Quoniam igitur trigonum.b.g.e.est minus excessu quo excedit portio.b.t.g.spatium.z



Palam q̃ ſimul ambo ſcilicet ſpatium.z. & trigonum.b.g.e.ſunt minora portiõe & trigono.b.g.e.ſunt equalia trapezalia per quæ ſectio coni progreditur ſcilicet.m.e.f.l.r.t.r.ſ.& trigonum.g o.ſ. trapezale quidem enim.m.e.comune. trapezale autem.m.l. equale eſt ipſi.f.l. & quod.l.x. equale ipſi.t.r. & quod.q.x.equale ipſi.t.ſ.& trigonum g.q.p.trigono.g.o.ſ.ſpatium itaq̃.z. eſt minus trapezalibus.m.l.x.r.p.t. & trigono.p.o.g.Et eſt trigonũ.b.g.d. triplũ ſpatii.z.trigonũ itaq̃. b.g.d.minus quã triplum trapezaliũ.m.l.x.r.t.p.& trigonum.p.o.g.quod quidẽ impoſſibile. Oſtẽſum eſt enim maius eſſe q̃ triplum. Igitur non eſt maior portio.b.t.g. ſpatio.z.Dico itaq̃ q̃ nec minor.Sit enim ſi poſſibile eſt minor. Rurſum exceſ ſus quo excedit ſpatiũ z.portionem.b.t.g.ip ſe ſibi ipſi compoſitus excedit & trigonũ.b.d.g.poſſibile aũt eſt accipere ſpatiũ

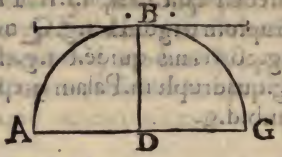
minus excessu quod erit pars trigoni.b.d.g.Sit igit trigonũ.b.g.e.minus excessu. Et pars trigoni.b.d.g.& alia eadẽ disponãtur.Q m igitur est trigonum.b.g.e.minus excessu quo excedit spatium.z.portionem.b.t.g.trigonum.b.e.g.& portio.b.t.g.ambo minora sunt spatio.z. est autem & spatium.z.minus quadrilateribus.e.m.f.n.ꝏ. x.p.c.& trigono.g.p.s.est enim trigonum.b.d.g.ipsius quidem.z.triplum.Dictorum autem spatiorum minus q triplum ut in precedenti demostratũ est minus ergo est trigonum.b.e.g.& portio.b.t.g. quadrilateribus. e.m. f.n.a.x.p.c.& trigono.g.p.s.Quare comuni ablato scilicet portione minus erit & trigonum.b.g.e. relictis spatiis quod est impossibile.Ostensum enim est equale.esse trigonum.b.e.g.trapezalibus.e.m.f.l.r.t.t.o.& trigono g.o.s.quæ sunt minora relictis spatiis.non est ergo minor portio.b.t.g.spatio.z. ostensum est autem ꝙ nec minor.Equalis est ergo portio.Spatio.z.hoc autem demostrato manifestum ꝙ omnis portio contenta a recta & sectione rectanguli coni est epitrita trigoni habentis basim eandem portioni & altitudinem equalem.Sit enim portio cõtenta a recta & a sectione rectanguli coni uertex autem ipsius sit signum.t.& inscribatur in ipsam trigonum.b.t.g.eandem habens basim cum portione & altudinem equalem.Quoniam igitur signum.t.est uertex portionis quæ.a.t.recta penes diametrum ducta in duo equa secat lineam.b.g.& que.b.g.est penes contingentẽ portionem secundũ.t.ducatur autem quæ.e.t.penes diametrum : Ducatur autem & a signo.b.penes diametrum quæ.b.d.A signo autem.g.quæ.d.g.contingens sectionẽ coni secundum.g.Quoniam igitur quæ quidem.k.t.pe

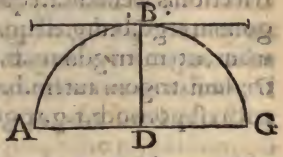
nes diametrum est. Quæ autem.g.d.contingens sectio nem apud.g. Quæ autem.e.g.est equidistans cōtingen ti sectionis secundū.t.equaliter est quæ.t.e.ipsi.t.K. Trigonum ergo.b.d.g.est quadruplum trigoni.b.t.g. Quoniam autem trigonum.b.d.g.portionis quidē.b.t.g.est triplum. trigoni autem.b.t.g.quadruplum. Palam q; epitrica est portio.b.t.g.trigoni.b.d.g.



PORtionem cōtentarum a recta & a curua linea. basim quidem uoco rectam. altitudinem autem maxima Katetū curua linea ducta ad basim portionis. uerticem autem signum a quo maxima Kathetus ducitur. Si in portione quæ cōtinetur a recta & a sectione rectangulí coní. a media basi ducatur recta penes diametrum uertex portionis erit signum secundum quod ducta penes diametrum secat coni sectionem. Sit enim portio.a.b.g.cōtenta a recta & a sectione rectangulí coní & a media linea.a.g.ducatur q;.d.b.penes diametrum. Quoniam igitur in sectione rectāgulí ducta est quæ.b.d.penes diametrum & equales sunt quæ ad.d.g.palam q; equidistans est quæ.a.g.& quæ secundum.b.contingens sectionem coni. Manifestum ergo q; a sectione ad lineam. a.g.

ductarum Kathetus maxima erit quæ a signo.d.producitur uertex igitur portionis est signum.a.



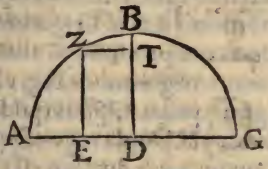


IN portione contenta a recta & a sectione rectãguli coni quæ a media basi ducta est eius quæ a media medietate ducitur epytrica erit longitudine.

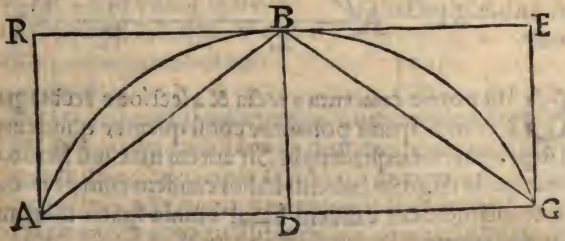
SIt enim portio.a.b.g.contenta a recta & a sectione rectanguli coni & ducatur penes diametrum quæ quidem.b.d.a media linea.a.g.quæ autem.e.z.a media linea.a.d.ducatur autem & quæ.z.t.penes.a.g.quoniã igitur in sectione rectanguli coni quæ.b.d.penes diametrũ ducta est & quæ ad.z.t.penes lineam cõtingentem sunt. Palam q̃ eandem habet proportionem quæ.b.d.ad lineam b.t.longitudine quam quæ.a.d.ad lineam.z.t.potentia.Quadrupla ergo est & quæ.b.d.lineæ.b.t.longitudine manifestum igitur q̃ epitrica est quæ.b.d. lineæ.e.z. longitudine.Si in portione contenta a recta & a sectione rectanguli coni trigonum inscribatur habens basim eandem cum portione & altitudinem eandem. Maius erit in scriptum trigonum quam medietas portionis.

SIt enim portio.a.b.g.equalis dicta est & inscribat̃ in ipsa trigonũ.a.b.g. hns basim eandẽ cũ toto & altitudinẽ equalẽ. Q m̃ igit̃ trigonũ cũ portione eandem hẽt basim & altitudinẽ eandẽ necessariũ est signũ.b. uerticẽ esse portionis equidistans ergo est quæ.a.g.cõ

tingenti secundum.b.sectionem ducatur autez quæ.z.e. per.b.penes lineã.a.g.& a signis.a.g.quæ.a.z.g.e.penes diametrum cadant itaq; ipse extra portionem. Quoniam igitur trigonum.a.b.g.est medietas paralelle logrami.a.z.e.g.manifestu; ꝙ maius est q̃ medietas portionis. Demostratio autem hoc palam quod in hanc portionẽ possibile est in scribere poligonium ut sint residue portiones minores omni proposito spatio. Ablato enim semper maiori quam medietas propter hoc manifestum ꝙ minorantes semper residuas portiones faciemus has minores omni ꝓposito spatio.

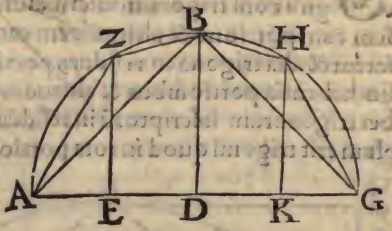


Sit in portione cõtenta a recta & a sectione rectanguli coni trigonum inscribatur basim habens eandem cum portione & altitudinem eandem. Inscribantur autem & alia trigona in residuas portiones eandem basim habentia portionibus & altitudinem eandẽ utriuslibet trigonorum inscriptorũ in residuas portiones octuplum erit trigonũ quod in tota portione inscriptum est.



SIt portio.a.b.g.qualis dicta est. Et secetur quæ.a.g.in duo equa per.d.quæ autem.b.d.ducat penes diametrum signũ ergo.b.est uertetur portiones. Trigonum ergo. a. b.g. habet eandem basim cum portione & altitudinem eandem.

RVrsum secetur in duo equa quæ.a.d.per.e.& ducatur quæ.e.z.penes dyametrum secetur autem quæ a.b.secũdum.T.in duo equa.Signum ergo.z. est uertex portionis.a.z.b.Trigonum itaq.a.z.b.habet basim eandem cum portione & altitudinem eandem demostrandum q trigonum. a.b.g. est octuplum trigoni.a.z.b.est igitur quæ.b.d.ipsius quidem.e.z.epitrica ipsius autem. e.t.dupla. Dupla ergo est quæ & ipsius.t.z.Quare & trigonum.a.e.b.duplum est trigono.z.b.a. Quod quidem.a.e.t.duplum est trigoni.a.t.z.Quod autem.t.b.e.ipsius.z.t.b. quare trigonum.a.b.g. est octuplum ipsius.a.z.b. Similiter autem demostrabitur est inscripti in.b.h.g.portione.



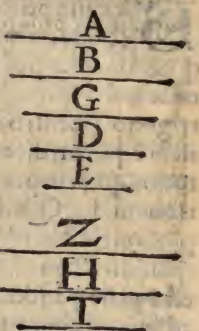
SIsit portio contenta a recta & a sectione rectanguli coni & spatia ponantur consequenter quodcunq in proportione quadrupli. Sit autem maximũ spatiorum equale trigono habenti basim eandem cum portione & altitudinem eandem simul omnia spatia minora eruntportione.

Sit enim portio.a.d.b.e.g.contenta a recta & a sectione rectanguli coni. Spatia autem sint quotcũ q̃ continentur posita.z.h.t.i. quadruplum autem sit precedens sequentis. Maximum autem sit.r. & sit. r. equale trigono habenti basim eandem cum portione & altitudinem equalem dico q̃ portio est minor spatiis.r.h.t.e. Sit totius quidem portionis uertex.b. reliquarum autẽ portionum.d.e. Quoniam igitur trigonum.a.b.g. est octuplum utriuslibet trigonorũ ad.b.b.e.g. Palam q̃ amborũ ipsorum est quadruplum. Et quoniam trigonum.a.b.g. est equale spatio.r. Secundum eandem autem & trigona ad.b.b.e.g. sunt equalia spatio. h. Similiter autem demonstrabitur q̃ est in scripta in reliquas portiones. Trigona habentia eandem basim cum portionibus & altitudinem eandem equalia sunt spatio. r. & trigona in scripta in posterius factas portiones equalia sint spatio. i. Simul ergo omnia pmissa spatia equalia erũt cuidam poligonio inscripto in portione. Manifestum ergo q̃ minora sunt portione.

Si magnitudines componantur consequẽter in portione q̃drupli oẽs magnitudies & adhuc minime pars tertia ad idẽ cõposite erunt epytrice ipsius maxime.

Sint igitur quodcũq̃ magnitudines consequenter positæ.a.b.g.d.e. quadruplæ unamq̃ sequẽtis. Ma

xima autem ſit.a.ſit autem.r.quid em tertia pars ipſius.b.h.autē ipſius.g.t. uero ipſius.d.i.autē ipſius.e. Q uoniam igitur.r.quidē ipſius b. eſt tertia pars.b.autem ipſius. a.eſt quarta pars ambo.b.r.ſunt tertia pars ipſi⁹.a propter eandem itaq; & quæ.h. ipſius.b.& quæ.t.d.ipſius.g. & quæ.i.e. ipſius.d.& ſimul omnia.b.g.d.e.r.h. t.i.ſunt tertia pars ſimul omnium .a. b.g.d.e.ſunt autem & ipſi.r.H.t. Tertia pars ipſarum. b.g.d.e. reliqua ergo.b.g.d.e.i.ſunt tertia reliqui ſcilicet.a.palam igitur q; ſimul omnia. a. b.g.d.e.&.i.hoc eſt tertia pars ipſius e.ſunt epytrica ipſius.a.



OMnis portio contenta a recta & a ſectione rectanguli coni eſt epytrica trigoni habentis baſim eandem ipſi & altitudinem equalem. Sit enim.a.d.b.e.g.portio contenta a recta & ſectione rectanguli coni. Trigonum autem.a.b.g.ſit habens baſim eandem cum portione & altitudinem equalem. Trigonum autem. a.b.g. ſit epytricum ſpatium.k.

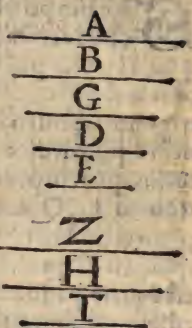
OEmoſtrandum q; equale eſt portioni.a.d.b.e.g. Si enim non eſt equale aut maius eſt aut minus. Sit prius ſi poſſibile eſt portio.a.d.b.e.g.maior ſpatio.k. Inſcripſi itaq; trigona.a.d.b.b.e.g. ut dictum eſt. Inſcripſi autem & in reliquas portiones alia trigona eandem baſim habentia cum portionibus & altitudinem eandem. Erunt itaq; reliqua portiones minores exceſſu quo exce

dit portio.a.d.b.e.g.ſpatium.k. Quare inſcriptum polígonium erit maius ipſo. K.quod quidem eſt impoſſibile.

QVoniam ſunt conſequenter poſita ſpatia in ꝓportione quadruplí primo quidem.a.b.g.quadruplum trígonorum.a.d.b.&.b.e.g.Deinde ipſa quadrupla inſcriptorum in ſequentes portiones & ſic ſemper palam ꝙ ſimul omnia ſpatía minora ſunt quam epytrica maximí.

SPatium autem.k.eſt epytrícum maximí ſpatii non ergo eſt.a.d.b.e.g. minor ſpatio.k.Sit autem ſi poſſibile eſt minor. Ponat ítaq; trígonum quídem.a.b.g.equale ſpatio.r.ipſius autem.r. quarta pars.h.& ſimiliter ipſius.h.t.& ſemper conſequenter ponatur ut fiat ultimũ mínus exceſſu quo excedit ſpatium.K. portionem & ſit mínus ipſum.i.Sunt autem ſpatía.r.h.t.i,& tertia pars ipſius.i.epytrica ipſius r.eſt autẽ &.k.ípſius.r.epytrícum equale ergo eſt.k.ípſius.r.h.t.i.& tertíe parti ipſius.i.Quoníam igitur ſpatiũ k.excedit quídem ſpatía.r.h.t.i.in mínori q̃ ſit.i.Portionem autẽ in maiori q̃ ſit.i.Palam ꝙ ſpatía.r.h.t.i,ſunt minora portione quod quídem eſt impoſſibile. Oſtenſum eſt enim ꝙ ſint quotcunq; ſpatía conſequenter poſita ín proportíone quadruli. Maximum autem ſit equale trígono inſcripto ín proportíone.Símul omnia ſpatía minora erunt portíone. Non ergo portio. a.d.b.e. g. eſt minor ſpatío.k.oſtẽſum eſt autem ꝙ nec maior equale ergo eſt ípſi.k.ſpatium autem.k.eſt epytrícum trígoní.a.b.g.& portio ergo.a.d.b.e.g.eſt epytrica trígoni.a.b.g.

xima autem ſit.a.ſit autem.r.quid em tertia pars ipſius.b.h.autē ipſius.g.t. uero ipſius.d.i.autē ipſius.e. Quoniam igitur.r.quidē ipſius b. eſt tertia pars.b.autem ipſius. a.eſt quarta pars ambo.b.r.ſunt tertia pars ipſi°.a propter eandem itaq; & quæ.h. ipſius.b.& quæ.t.d.ipſius.g. & quæ.i.e. ipſius.d.& ſimul omnia.b.g.d.e.r.h. t.i.ſunt tertia pars ſimul omnium .a. b.g.d.e.ſunt autem & ipſi.r.H.t. Tertia pars ipſarum. b.g.d.e. reliqua ergo.b.g.d.e.i.ſunt tertia reliqui ſcilicet.a.palam igitur q; ſimul omnia. a. b.g.d.e.&.i.hoc eſt tertia pars ipſius e.ſunt epytrica ipſius.a.



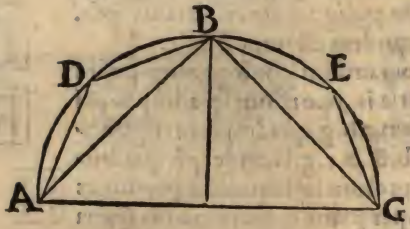
OMnis portio contenta a recta & a ſectione rectanguli coni eſt epytrica trigoni habentis baſim eandem ipſi & altitudinem equalem.Sit enim.a.d.b.e.g.portio contenta a recta & ſectione rectanguli coni/Trigonum autem.a.b.g.ſit habens baſim eandem cum portione & altitudinem equalem. Trigonum autem. a.b.g. ſit epytricum ſpatium.k.

OEmoſtrandum q; equale eſt portioni.a.d.b.e.g. Si enim non eſt equale aut maius eſt aut minus. Sit prius ſi poſſibile eſt portio.a.d.b.e.g.maior ſpatio.k. Inſcripſi itaq; trigona.a.d.b.b.e.g. ut dictum eſt. Inſcripſi autem & in reliquas portiones alia trigona eandem baſim habentia cum portionibus & altitudinem eandem/Erunt itaq; relique portiones minores exceſſu/quo exce

dit portio.a.d.b.e.g.ſpatium.k. Quare inſcriptum poligonium erit maius ipſo. K.quod quidem eſt impoſſibile.

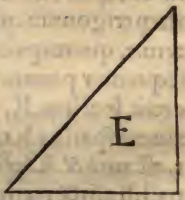
Quoniam ſunt conſequenter poſita ſpatia in pportione quadrupli primo quidem.a.b.g.quadruplum trigonorum.a.d.b.&.b.e.g.Deinde ipſa quadrupla inſcriptorum in ſequentes portiones & ſic ſemper palam ꝙ ſimul omnia ſpatia minora ſunt quam epytrica maximi.

Spatium autem.k.eſt epytricum maximi ſpatii non ergo eſt.a.d.b.e.g. minor ſpatio.k.Sit autem ſi poſſibile eſt minor. Ponat itaq; trigonum quidem.a.b.g.equale ſpatio.r.ipſius autem.r. quarta pars.h.& ſimiliter ipſius.h.t.& ſemper conſequenter ponatur ut fiat ultimũ minus exceſſu quo excedit ſpatium.K. portionem & ſit minus ipſum.i.Sunt autem ſpatia.r.h.t.i,& tertia pars ipſius.i.epytrica ipſius r.eſt autẽ &.k.ipſius.r.epytricum equale ergo eſt.k.ipſius.r.h.t.i.& tertie parti ipſius.i.Quoniam igitur ſpatiũ k.excedit quidem ſpatia.r.h.t.i.in minori q̃ ſit.i.Portionem autẽ in maiori q̃ ſit.i.Palam ꝙ ſpatia.r.h.t.i.ſunt minora portione quod quidem eſt impoſſibile. Oſtenſum eſt enim ꝙ ſint quotcunq; ſpatia conſequenter poſita in proportione quadrupli.Maximum autem ſit equale trigono inſcripto in proportione.Simul omnia ſpatia minora erunt portione. Non ergo portio. a.d.b.e. g. eſt minor ſpatio.k.oſtẽſum eſt autem ꝙ nec maior equale ergo eſt ipſi.k.ſpatium autem.k.eſt epytricum trigoni.a.b.g.& portio ergo.a.d.b.e.g.eſt epytrica trigoni.a.b.g.



Archimedis Syracusani Liber.

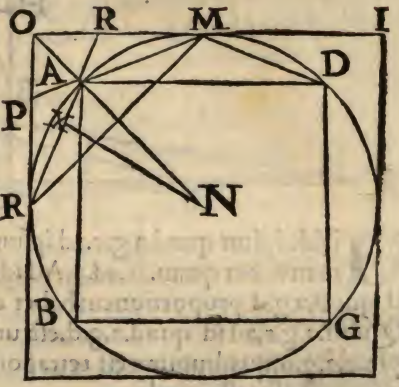
Omnis circulus est equalis trigono rectãgulo cuius quæ quidẽ ex centro est equalis uni earũ quæ circa rectũ angulum perimetur autem basi.



HAbitudinetur circulus.a.b.g.d.Trigono.e.ut supponitur dico ꝙ equalis est.Si enim est possibile sit maior circulus & inscribatur tetragonum.a.g.Et secentur periferie in duo equa & sint portiones iam minores excessu quo excedit circulus trigonum rectilineum ergo adhuc est maius trigono.

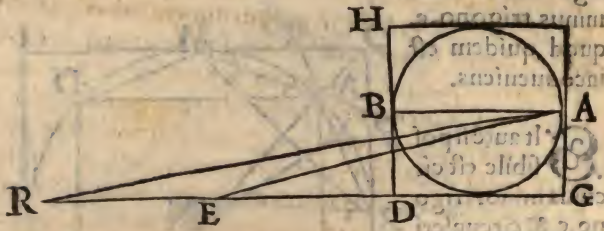
ACcipiat centrũ.n.& kathetus quæ.n.x.minor ergo quæ.n.x.latere trigoni est aut & perimet rectilinei minor reliquo latere quoniã & perimet circuli est

ergo rectilineum minus trigono.e. quod quidem est inconueniens.

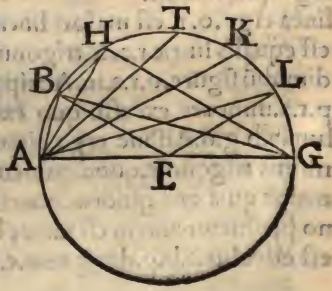


Sit autē si possibile est circulus minor trigono.e.& circunscribatur tetragonu; & secentur periferie in duo equa & ducant attingentes per signa recta ergo qui ab.o.a.r. linea ergo.o. r. est maior linea .m; r. Quæ enim.r.m. est equalis lineæ.r.a.& trigonum ergo.r.o.p.est maius q̄ dimidiū figure.o.r.a.m. Accipiātur sectores similes ipsi. p.r.a.minores excessu quo excedit trigonum .e. circulum.a.b.g.d.Adhuc ergo circunscriptum rectilineū est minus trigono.e.quod quidem inconueniens est enim maius quia que quidem.n.a.est equalis Katheto trigono perimetur autem est maior basi trigoni equalis ergo est circulus.a.b.g.d.trigono.e.

Circulus ad id quod a diametro tetragonum proportionem habet quam undecim ad.14.Sit enim circulus cuius diameter quæ.a.b.& circunscribatur tetragonum.g.h.& lineæ.g.d.duplam quæ.d.e.septima autem pars ipsius.g.d.quæ.e.r.



QNde igítur quod.a.g.e.ad ípſum,a.g.d.proportionem habet quam.21.ad.7.Ad id autem quod.a.e.r.íd quod.a.g.d.proportíonem habet quam.7.ad unum. Quod.a.g.r.ad íd quod.a.g.d.eſt ut.22.ad.7.uídelicet íplius.a.g.d.quadruplum eſt tetragonum.g.h. Trigonũ autem.a.g.d.r.eſt equale círculo.a.b.quoniã quæ quídem.a.g.kathetus eſt equalís ei quæ ex centro. Baſis autem eſt trípla díametrí & ſeptíma propínquíſſime excedít demoſtrabítur círculus ígitur ad tetragonum.g.h.proportíonem habet quam. 11.ad.14.

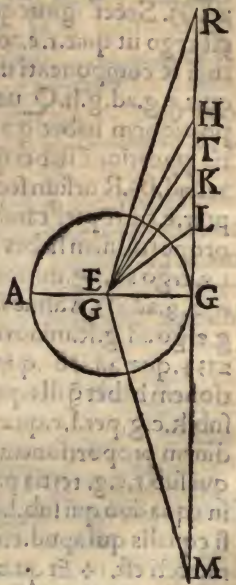


OMnís círculí perímeter trípla eſt díameter & adhuc excedít minorí q̃ ſeptíma parte díametrí maíorí autem quam decem ſeptuageſímís prímís.

SIt círculus & díameter.quæ.a.g.& centrum.e.& quæ.g.k,cõtíngens & quia,r,e.g.tertía recti quæ

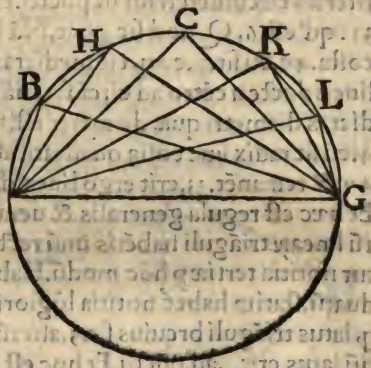
e.r.ergo ad.r.g.proportionem habet quam.306.ad.153. Quæautem.e.g.Ad.g.r.proportionem habet quã.265. ad.153. Secet igitur quæ sub.r.e.g.in duo equa per.e.h. est ergo ut quæ.r.e.ad.e.g.quæ.k.h.ad.h.g & permutatum & componenti ut ergo simul utraq; quæ.r.e.ad.r.g. quæ.e.g.ad.g.h. Quare quæ.g.e.ad.g.h.maiorem proportionem habet q̃.371.ad.153.quæ.e.h.ergo.h.g. potentia pportionẽ habet q̃ ad.23409.longitudine ergo quã 391.ad.153.Rursum secet in duo equa quæ sub.h.e.g.propter.e.t.propter eandem ergo quæ.e.g.ad.g.t.maiorem proportionem habet quam illa quæ.1162.8.ad.153.Quæ t.e.ergo ad.t.g.minorem proportionem quam illa quã 1172.8.ad.153.Adhuc in duo qui sub.t.e.g.per.e.b.quæ.e. g.ergo ad.g.k.minorem proportionem habet q̃ illa quã 2334.quæ ad.150.quæ.e.k.ergo ad.g.K.minorẽ proportionem habet q̃ illa quã.2339.4.ad.153.Adhuc in duo qui sub.k.e.g.per.l.e.quæ.e.g.ergo.ad.l.g. maiorem longitudinem proportionem habet.q̃.4673.ad.153. Qm̃ igitur qui sub.r.e.g. tertia pars existens recti sectus est quater in equa duo qui sub.l.e.g.recti est.48.Ponatur igitur ipsi equalis qui apud.e.qui sub.g.e.m.Qui ergo sub.l.e. m.recti est.24.Et quæ.l.m.ergo recta est poligonii circa circulum habentis latera.96.Qm̃ igitur quæ.e.g.ad lineam.g.l.extensa est habere maiorem proportionẽ quã. 4673.7.ad.153.Sed ipsius quidem.e.g.dupla quæ.a.g.ipsius autẽ.g.l.dupla quæ.l.m.& quæ.a.g.ergo ad perimetrum poligonii.96.maiorem proportionem habet quã. 4673.5.ad.14688.& est tripla & excedunt.667.5.quæ quidem ipsorum.4673.5.minora sunt quã septima. Quare poligonium quod circa circulum est triplum diametri &

minus q̃ ſeptima parte maius circuli ergo perimetrũ mul to magis minor eſt quam tripla & ſeptima parte maior.

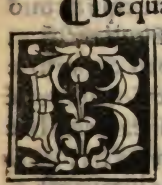


SIt circulus & diameter quæ a.g.qui autem ſub.b.a.g.ter tia.recti quæ.a.b.ergo ab.b.g.minorem proportionem habet quã illa quam .351.ad.780. Secetur in duo equa qui ſub .b.a.g. per.a.h. Q m̃igitur equalis eſt ſub.b.a.h. ei qui.h.g.h.Sed & ei qui ſub.h.a. g.& qui ſub.h.g.b.ergo ei qui ſub a.h.g. eſt eq̃lis & comunis q ſub a.h.g.rectis & terminatis erit qui ſub.h.r g.tertio ei qui ſub.a.g.h. equiangulũ ergo quod.a.h.g.trigono .g. h.r.eſt ergo ut quæ.a.h. ad.h.g.quæ.g.h.ad.h.r. & quæ.a. g.ad.g.r.Sed ut quæ.a.g.ad.g.r.& ſimul utrumq; quæ. g .a. b. ad. b. g.quæ.a.h.ad.h.g.Propter hoc ígitur.quæ.a.h.ad lineam.h.g. minorem proportionem habet q̃ quidẽ 291i.ad.780.Q uæ autem.a.g.ad. g.h.minorem q̃.3013.3.4.ad.780.Item in duo qui ſub.g. a.h.per.a.t.ergo propter eandem Ad.t.g.minorem proportionem habet q̃ illa quam.3324.3.4.ad.780.aut quã 1823.ad.250.utraq; enim utriuſq. Q uare quæ.a.g.ad.g. t.aut illa quam.1838.9.ad.240.Adhuc in duo qui ſub.t.a. g.per.k.a.& quæ.a.k.ad.k.g.minorẽ ergo proportionẽ hẽt q̃ illa quã.1007.ad.266.utraq; enim utríq; extimo er-

goad.1076.ad.66. Adhuc in duo quæ sub.K.a.g.per.l.i. quæ.a.l.ergo ad.a.g.minorem proportionem habet q̃ illa quam.2016.6.ad.66.quæ autem.a.g.ad.g.l.minorem q̃. 2017.4.ad.66.ecõuerso ergo perimeter poligonii ad diametrũ maiorem proportionem habet q̃.6301.6.ad.7012. quæ quidem ipsorum.2017.4. maiora sunt q̃ tripla.7101. 71.& perimeter ergo poligonii.96. ei qd̃ in circulo ẽ triplus diametri et maior q̃.10.71.quare & circulus ad hũc magis triplus est & maior q̃.10. 71. pimeter ergo circuli est triplus diametri & minor quidem q̃ septima pte maior. τελος



¶ De quadratura circuli. secundum Boetium.

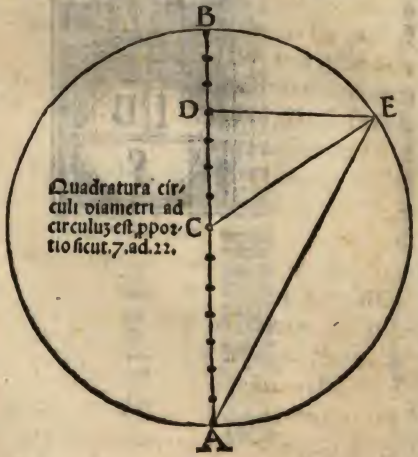


Oetius in cõmento libri p̃dicamento⁊ super illo passu Aristotelis ubi dicit:q̃ quadratura circuli erat scibilis:sed nõdũ scita. Et tpe boetii erat hoc inuentũ:& subdit:q̃ cũ alicui circulo equũ quadratũ cõstituit in quadraturã circuli in formã redigatur. hoc habito uidet mihi q̃ quadrare circulũ sit iuenire costã quadrati equalis cõtinẽtie cũ circulo dato punctualiter. Ad quã inueniẽdã post demõstratiões factas: de hac materia breuẽ quæ mihi occurrit hoc anno faciã quæ talis est. Faciã itaq̃.15.pũcta equedistãtia sup unã lineã re-

ctá intercipiétē.14.ſpacia.& ſup punctū mediū deſcribā circulū cuius circūferētia trāſibit ſupra duo pūcta extrema. Diametri ergo huius circuli erūt.14.ſpacia.& hæc linea.ſ.diameter circuli ſit.a.b.pūctus uero medius ſiue cētrū circuli ſit.c.A pūcto uero.d.iterſecāte.11.ptē & 12.ā incipiēdo ab.a.ducā lineā ortogonaliter ſiue ppēdiculariter ad circunferētiam in pūcto.e.& hæc linea eſt radix 33. qd eſt.6. Quod ſic pbat. Nā linea.c.e.eſt radix ſiue coſta.49.cū ſit.7.eo q eſt medietas diametri. Quia oēs lineæ ducte a cētro ad circūferētiā ſūt eqles.& iſta ē medietas diametri quæ diameter eſt.14. Linea uero.c.d.eſt.4.cū ſit radix ſiue coſta quadrati.16. Demant ergo.16.de.49.& remanēt.33.erit ergo linea.d.e. radix ſiue coſta.33. Et hæc eſt regula generalis & uera: q hīta quātitate duarū linearū triāguli habētis unū rectū angulū ſtatim habetur notitia tertiæ p hūc modū. Habeat notitia breuioris duarū: ſtatim habet notitia lōgioris. Verbi grā. Punam q latus triāguli breuius ſit.3.alterū uero breuior ſit.4.tertiū latus erit.5.ad pūctū. Et hoc eſt qd dicit Euclides penultima ppōne primi quadratū tertiæ lineæ eqle eſt duobus q̄dratis aliarū duarū linearū eiuſdē triāguli rectū angulū cōtinētē. Si uero habet notitia lōgioris & uniꝰ breuioris: tūc numerꝰ cuiꝰ fuerit radix illa breuior ſubtrahē dus ē de nūero cuiꝰ fuerit radix lōgior de linea altera breuior erit tāta quāta fuerit radix numeri remanētis. Verbi grā. De triāgulo p dicto ego ſcio q latus lōgius eſt.5. iſte numerus.5.eſt radix de.25.ſcio etiā q latus breuius eſt.3.& 3.eſt radix de.9.demant ergo.9.de.25.& remanēt.16.cuius numeri radix eſt.4.altera ergo linea erit.4. ad ppoſitū ergo linea lōgior numeri triplí utputa.c.e. eſt.7.& radix.de.49.linea breuior ē.4.& radix de.16.de

mant̃ ergo.i6.de.49.& remanebunt.33.ut ꝓbatũ est demonstratiue. Linea uero,a.d.est radix de.121.cũ sit.ii.modo.121.& 33.cõstituũt.154.erit ergo linea tertia istis duabus.s.a.e.rad̃ix.154.& costa quadrati equalis cõtinentiæ cum dicto circulo. Et sic habet̃ quadratura circuli siue quadratum equale circulo incontinentia:quod idem est.

Hic etiã modus oibus geometricis & arithmeticis uolẽtib⁹ scire quãta sit area dicti circuli: sed nõ q̃drãt.triplãt eni diametrũ & addũt septimã partẽ eius & hũc circũferẽtiã. Deinde accipiũt medietatẽ diametri & medietatẽ circũferẽtie & multiplicãt ad iuicẽ: ex multiplicatione resultãte habet̃ area iterclusa i dicto circulo. uel accipiũt totam diametrum & quartam circũferẽtiæ. Verbi gratia. diameter dicti circuli est.14.ter.14. & septima ipsius constituũt. 44. medietas circũferẽtie et 22.diameter uero 7.mõ septies zz.cõstituũt 154. uel accipe totã diametrũ. s. 14. & quartã circũferẽtie. s. ii.idẽ resultabit:quia tantum ualet,



¶ Impressum Venetiis per Ioan. Bapti. Sessa. Anno ab incarnatione Domi ni. 1503. Die 28. augu sti.